

Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság
Hungarian Technical Scientific Society of Transylvania

**XXVII. Nemzetközi
Gépészeti Konferencia**



**27th International Conference
on Mechanical Engineering**

**OGÉÉT
2019**

**Nagyvárad, 2019. április 25–28.
Oradea, 25-28 April, 2019**

CAM rendszerek korszerű nagyoló ciklusainak kísérleti és szimulációs vizsgálata Experimental and Simulation Investigation of the Modern Roughing Cycles of CAM Systems GERENCSÉR Ádám, JACSÓ Ádám	145
Szikragyújtású motor kompresszióviszony változtatásának értékelő mérése Evaluation Measurement of Change in Compression Ratio of Spark-Ignition Engine GRANOVITTER, Gergely ZÖLDY Máté.....	149
Mágneses folyadékcseppek kontaktszögének meghatározása különböző felületeken Determination of Contact Angle of Magnetic Droplets on Different Surfaces GUBA Sándor, HORVÁTH Barnabás, SZALAI István.....	153
Gyors szenzorvalidációs módszer fejlesztés inerciális navigációs szenzorokhoz Development of Fast Sensor Validating Method for Inertial Measurement Units GULYÁS Péter, ÁGOSTON Máté, HORVÁTH Ernő.....	157
LIN kommunikáció megvalósítása DC tápvonalon elektromos meghajtású kísérleti járműben Implementation of LIN Communication on DC Power Line in an Electric Experimental Vehicle GULYÁS Péter, SZAKÁLLAS Gábor, SZELI Zoltán.....	161
Teljesítményhatékony drónkonstrukció precíziós ereszkedéshez Performance Efficient Drone Construction for Controlled Fall GYÖRGY Levente, SIPOS Bence.....	165
Digitális gyártási szolgáltatások a CNC programtervező és szimulációs szoftverek területén Digital Manufacturing Services on CNC Programming and Simulation Software GYURIKA István Gábor	169
Nissan Leaf elektromos jármű szoftveres integrációja autonóm funkcionalitással Software Integration of Nissan Leaf Electric Vehicle with Autonomous Functionalities HAJDU Csaba, HORVÁTH Ernő	173
Áramkép becslése mesterséges neurális hálózattal Predicting Flow Fields with Artificial Neural Networks HAJGATÓ Gergely, GYIRES-TÓTH Bálint, PAÁL György.....	177
Vízhalózat üzemvitel-optimalizációja megerősítéses tanulással Operation Optimisation of a Water Distribution System with Reinforcement Learning HAJGATÓ Gergely, GYIRES-TÓTH Bálint, PAÁL György.....	181
Az Ipar – alkalmazási lehetőségeinek áttekintése Impact of Industry – a Systematic Literature Review HARDAI Ibolya, ILLÉS Béla, BANYAINÉ TÓTH Ágota.....	185
Sérülés helyének megállapítása kompozit szerkezetekben az üveg erősítőanyag felhasználásával Determining the Location of the Damage in Composite Structures Using the Glass Reinforcement HEGEDŰS Gergely, CZIGÁNY Tibor	189
Légtér minőségének felmérésére tanácsadó algoritmus fejlesztéséhez Air Quality Data Collection for the Development of an Advice Based Algorithm HEGYI Ádám, PINTÉR Judit Mária.....	193
Mesterséges rétegelválás modellezése polimer kompozitokban Modelling of Artificial Delamination in Polymer Composites HLIVA Viktor, SZEBÉNYI Gábor	197
Mágneses folyadékok nemlineáris AC szuszceptibilitása Nonlinear AC Magnetic Susceptibility of Magnetic Fluids HORVÁTH Barnabás, SZALAI István	201
Keverős dobszáritó keverőelemének diszkrételes vizsgálata Examination of an Agitated Drum Dryer's Mixing Element HORVÁTH Dániel, POÓS Tibor, TAMÁS Kornél	205
Vontatmányok kigyózása, pattogása, felborulása Snaking, Rocking and Rollover of Towed Vehicles HORVÁTH Hanna Zsófia, TAKÁCS Dénes	209

Vontatmányok kígyózása, pattogása, felborulása

SLAKING, ROCKING AND ROLLOVER OF TOWED VEHICLES

¹HORVÁTH Hanna Zsófia , ²dr. TAKÁCS Dénes¹MSc hallgató, ²egyetemi docens

¹BME Gépészmérnöki Kar, ²MTA-BME Gépek és Járművek Dinamikája Kutatócsoport
1111 Budapest, Műgyetem rakpart 3.

¹horvath.hanna.zsofia@gmail.com, ²takacs@mm.bme.hu

ABSTRACT

The aim of the study is to construct the mechanical model of snaking trailers and to investigate the effects of certain parameters on stability. The governing equations are derived; the linearized equations of motion for the investigation of the rectilinear motion are presented. Critical parameter values are determined analytically and numerically for two mechanical models having different levels of complexity.

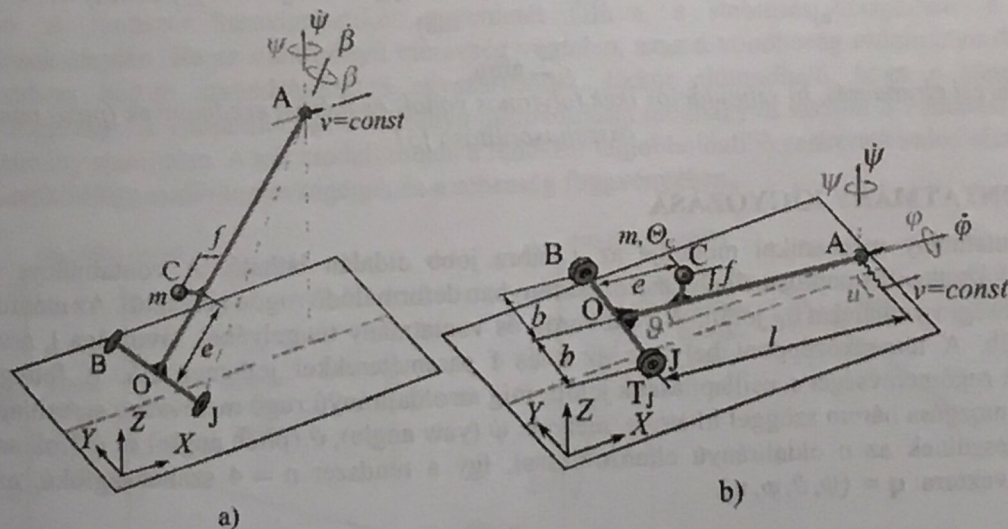
KIVONAT

A kutatás célja a kigyózó vontatmányok mozgásához szükséges mechanikai modell felállítása és a stabilitásvesztés szempontjából lényeges paraméterek hatásának vizsgálata. A mozgásegyenletek levezetése után ismertetésre kerülnek az egyenes vonalú mozgás körül linearizált mozgásegyenletek. Két, eltérő bonyolultságú modell esetére analitikus és numerikus úton meghatározzuk a stabilitás szempontjából kritikus paraméterértékeket.

Kulcsszavak: kétkerekű bőrrönd, vontatmány, nem-sima rendszer, anholonom rendszer, stabilitás

1. BEVEZETÉS

A különféle vontatmányok (pl. pótkocsik, utánfutók) stabilitásvesztése komoly gondot jelenthet a mindennapjainkban. Rosszul megválasztott rakomány elhelyezés és sebesség esetén az egyenes vonalú egyenletes mozgás lineáris stabilitásvesztésének következtében a vontatmány elkezdhet pattogni egyik kerekéről a másikra. Ennek legveszélyesebb kimenetele a vontatmány felborulása. Ezen, ún. kigyózó mozgás ([1-2]) nagyban hasonlít a kétkerekű bőrdöngők pattogására ([3-4]), valamint a két jelenség mechanikai modellje is nagy hasonlóságot mutat, ld. 1. ábra.



1. ábra

A két jelenség mechanikai modellje: a) pattogó bőrrönd és b) kigyózó vontatmány

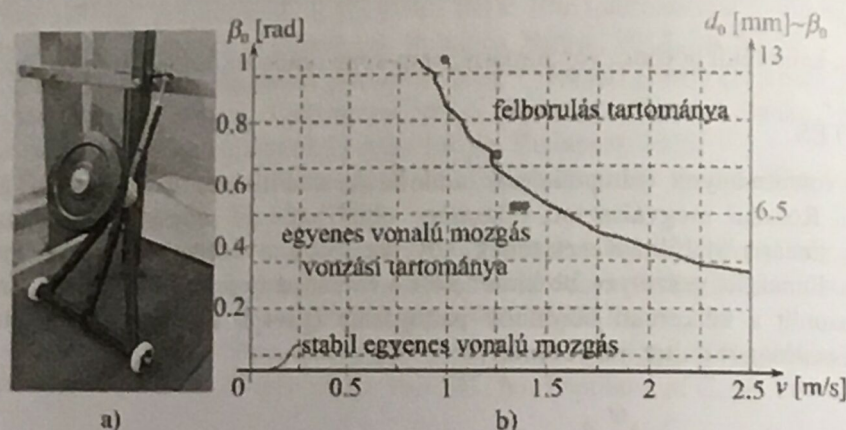
Tanulmányunkban röviden bemutatásra kerülnek az említett jelenségek vizsgálatára alkalmas mechanikai modellek, melyekkel felderíthetők azok a veszélyes paramétertartományok, melyekben a stabil egyenes vonalú mozgás mellett megjelenhet a vontatmány felborulásával járó nagy amplitúdójú mozgás.

Ehhez a mozgásegyenletek levezetése után lineáris stabilitásvizsgálattal meghatározzuk az egyes paraméterek hatását a stabilitásra. Az eredményeket numerikus szimulációk segítségével is ellenőrizzük.

2. KÉTKERESKŰ BÖRÖND PATTOGÓ MOZGÁSA

A kétkereskű bőrönd mechanikai modellje az 1. ábra bal oldalán látható. A bőröndöt modellező tömeg nélküli merev vázból, m tömegű anyagi pontból és elhanyagolható sugarú merev kerekekből álló testet az A pontban található gömbcsuklónál állandó nagyságú v sebességgel húzzuk. A test térbeli helyzetének megadásához az ábrán illusztrált térbeli forgatásokat alkalmazzuk. A pattogó jelenség vizsgálatát az izgalmasság, hogy az egyes mozgásállapotokhoz (gördülés egyik, másik, ill. mindkét kereken, valamint a talaj-kerek kapcsolat nélküli eset) más-más mozgásegyenletek tartoznak. Ráadásul, a talaj-kerek közötti gördülés kapcsolatát leíró kinematikai kényszer miatt a rendszer anholonom.

A mozgásegyenletek szimulációs környezetbe implementálva, különböző kezdeti feltételekkel és paraméterértékekkel (v vontatási sebesség, l bőrönd hossz, b bőrönd félszélesség, e és f tömegpont elhelyezése leíró) vizsgálható a bőrönd mozgása, melyek összevethetők kísérleti eredményekkel. A tanulmányunkban alkalmazott kísérleti berendezés a 2. ábra bal oldalán látható. A kísérletek során a bőröndöt futószalagon helyeztük, majd különböző sebességek mellett a bőrönd kerekére d_0 átmérőjű akadályt helyeztünk [5]. Az akadály által létrehozott gerjesztést a szimulációkban az akadály átmérőjével arányos β_0 kezdeti szögkitéréssel vettük figyelembe. Mind a kísérletekben, mind a szimulációkban meghatároztuk, hogy a különböző sebességek mellett milyen mértékű gerjesztés hatására jelenik meg a bőrönd felborulásához vezető pattogó mozgás. A szimulációs eredmény a 2. ábra jobb oldalán, folytonos kék vonallal, míg a mérési eredmények piros pontokkal vannak jelölve. Amint az az ábrán megfigyelhető, a szimulációs és mérési eredmények jellegre hasonlítanak nagyobb sebesség esetén egy kisebb gerjesztés is a bőrönd felborulásához vezet.



2. ábra

a) Mérési elrendezés, b) szimulációs (kék folytonos vonal) és mérési eredmények (piros pontok) összehasonlítása [5]

3. VONTATMÁNY KÍGYÓZÁSA

A vontatmány mechanikai modellje az 1. ábra jobb oldalán látható. A vontatmányt v konstans sebességgel húzzuk, az A pontban elhelyezett oldalirányban deformálódó rugón keresztül. Az utánfutó tömegét m , tehetetlenségi nyomatékát θ_c jelöli. A vonóhorog és vontatmány tengelyének távolsága l , a vontatmány nyomtávja $2b$. A tömegközéppont helyzete az e és f paraméterekkel jellemezhető. A felfüggesztés és gumikerek rugómerevségét s , csillapítását k jelöli, míg az oldalirányú rugó merevsége s_l , csillapítása k_l . A vontatmány mozgása három szöggel írható le, melyek: ψ (yaw angle), ϑ (pitch angle) és φ (roll angle). Ezen szögek kiegészülnek az u oldalirányú elmozdulással, így a rendszer $n = 4$ szabadságfokú, az általános koordináták vektora: $\mathbf{q} = (\psi, \vartheta, \varphi, u)$.

3.1. Mozgásegyenlet

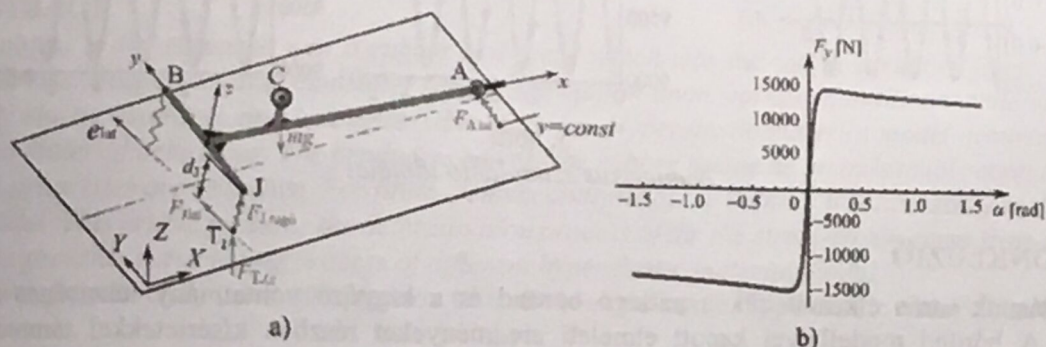
A mozgásegyenlet másodfajú Lagrange-egyenlettel levezethető:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1 \dots n, \quad (1)$$

ahol T a kinetikus energia, q_k a k -adik általános koordináta, Q_k az aktív erőkből származó általános erő k -adik komponense. A kinetikus energia: $T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} \omega^T \Theta_C \omega$, ahol v_C a C pont sebessége, ω a test szögsebessége, Θ_C pedig a tehetetlenségi nyomatéki mátrix. Az aktív erőkből származó általános erő a virtuális teljesítményből számítható:

$$\delta P = \mathbf{G} \cdot \delta \mathbf{v}_C + \mathbf{F}_{Jlat} \cdot \delta \mathbf{v}_{T_J} + \mathbf{F}_{Jrugó} \cdot \delta \mathbf{v}_J + \mathbf{F}_{Blat} \cdot \delta \mathbf{v}_{T_B} + \mathbf{F}_{Brugó} \cdot \delta \mathbf{v}_B + \mathbf{F}_{Arugó} \cdot \delta \mathbf{v}_A, \quad (2)$$

ahol $\mathbf{G}$ a nehézségi erő, $\mathbf{F}_{Jlat}$ és $\mathbf{F}_{Blat}$ a gumibroncsra ható oldalirányú erők, $\mathbf{F}_{Jrugó}$ és $\mathbf{F}_{Brugó}$ a kerékfelfüggesztésben ébredő erők, $\mathbf{F}_{Arugó}$ az oldalirányú rugóban ébredő erő. A testre ható aktív erőket szemlélteti a 3. ábra bal oldala. A gumibroncsra ható oldalirányú erők az ún. Magic Formula [6] segítségével számíthatók. A gumibroncsra ható erő kúszási szögtől való függését ábrázolja a 3. ábra jobb oldala.



3. ábra

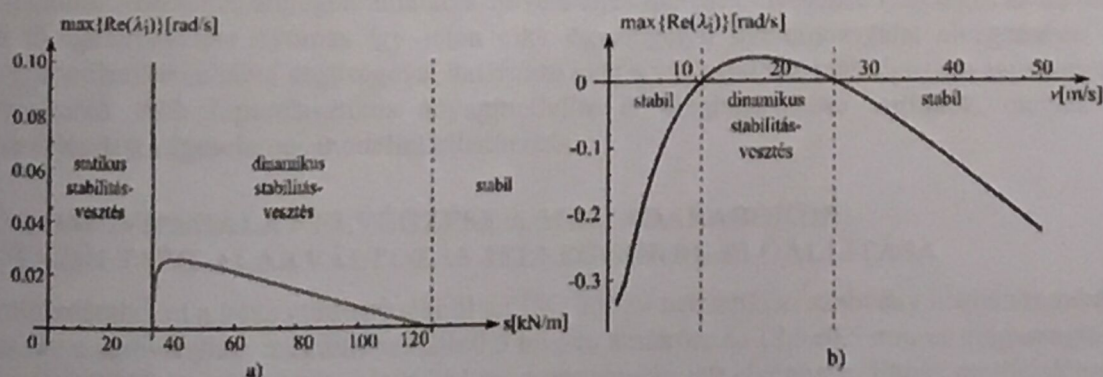
a) A testre ható aktív erők, b) a kerékre ható laterális erő karakterisztikája

3.2. Lineáris stabilitásvizsgálat

A lineáris stabilitásvizsgálat során a vontatmány egyenes vonalú egyenletes mozgása körüli kis mozgásokat vizsgáljuk. A stacionárius mozgás során igazak a következők: $\psi(t) \equiv \psi_0 = 0$, $\vartheta(t) \equiv \vartheta_0 = 0$, $\varphi(t) \equiv \varphi_0 = 0$ és $u(t) \equiv u_0 = 0$. A linearizált mozgásegyenlet a következő formát ölti:

$$\mathbf{M}_{lin} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{lin} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}_{lin} \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

ahol $\mathbf{M}_{lin}$ a linearizált tömegmátrix, $\mathbf{K}_{lin}$ a linearizált csillapítási mátrix és $\mathbf{S}_{lin}$ a linearizált merevségi mátrix. A rendszer szétválasztható két alrendszerre, ugyanis a vontatmány bólintó mozgásához tartozó egyenlet leválasztható. A rendszer karakterisztikus egyenletét felírva, a stabilitás vizsgálható a Hurwitz—aldeterminánsok alapján. Ha az oldalirányú merevség végtelen, azaz a vonóhorog oldalirányú deformációja zérus, a rendszer három szabadságfokúra egyszerűsödik. Ekkor elmondható, hogy a stabilitási határ sebességtől független. A vontatóhorog oldalirányú elmozdulását meghagyva viszont a vontatási sebességtől függ a vontatmány stabilitása. A két modell esetén a rendszer legjobboldalibb sajátérték valós részét ábrázolja a 4. ábra a kerékfelfüggesztés merevségének és a sebesség függvényében.

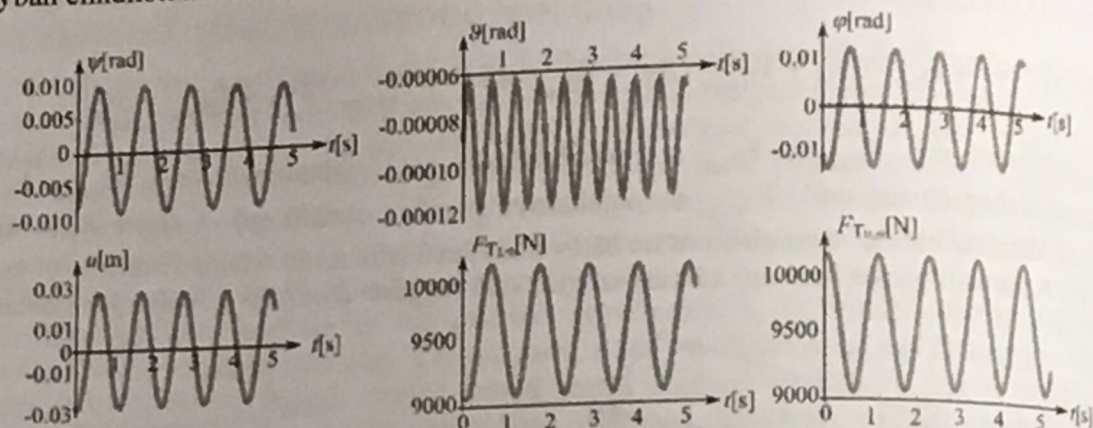


4. ábra

A legjobboldalibb sajátérték valós része: a) 3 DoF rendszer, b) 4 DoF rendszer

3.3. Szimuláció

A vontatmány mozgását szimuláció segítségével is vizsgáltuk. Az 5. ábra egy, a lineárisan instabil tartományban elindított szimulációval kapott állandósult amplitúdójú mozgást mutat.



5. ábra

Numerikus szimuláció időjelei

4. KONKLÚZIÓ

Kutatásunk során elkészítettük a pattogó bőrönd és a kigyózó vontatmány lehetséges mechanikai modelljeit. A bőrönd modelljével kapott elméleti eredményeket részben kísérletekkel támasztottuk alá, bizonyítva az egyenes vonalú egyenletes mozgás vonzási tartományának sebességtől való függését. A vontatmány esetén, két, eltérő bonyolultságú modellel vizsgáltuk a vontatmány egyenes vonalú egyenletes mozgásának lineáris stabilitását. A bonyolultabb, négy szabadságfokú modell segítségével igazoltuk, hogy létezik olyan kritikus vontatási sebesség, amely esetén kialakulhat a vontatmány kigyózó mozgása.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Troger, H. and Zeman, K.: A nonlinear-analysis of the generic types of loss of stability of the steady-state motion of a tractor-semitrailer. In: Vehicle System Dynamics 13(4), 161-172. 1984.
- [2] Darling, J., Tilley, D., Gao, B.: An experimental investigation of cartrailer high-speed stability. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering 221(4), 471-484. 2009.
- [3] Plaut, R. H.: Rocking instability of a pulled suitcase with two wheels. In: Acta Mechanica 117, 165-179. 1996.
- [4] Facchini, G., Sekimoto, K., Courrech du Pont, S.: The rolling suitcase instability: a coupling between translation and rotation. In: Royal Society, 473(2202). 2017.
- [5] Horvath, H.Zs., Takacs, D.: Modelling and Simulation of Rocking Suitcases. In: Acta Polytechnica CTU Proceedings 18. 61-65. p. 2018. doi:10.14311/APP.2018.18.0061.
- [6] Pacejka, H.B.: Tyre and Vehicle Dynamics, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.

Vontatmányok kígyózása, pattogása, felborulása

Snaking, Rocking and Rollover of Towed Vehicles

HORVÁTH Hanna Zsófia
MSc hallgató

Dr. TAKÁCS Dénes
egyetemi docens

BME Gépészmérnöki Kar

MTA-BME Gépek és Járművek

Dinamikája Kutatócsoport

1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3.

1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3.

horvath.hanna.zsofia@gmail.com

takacs@mm.bme.hu

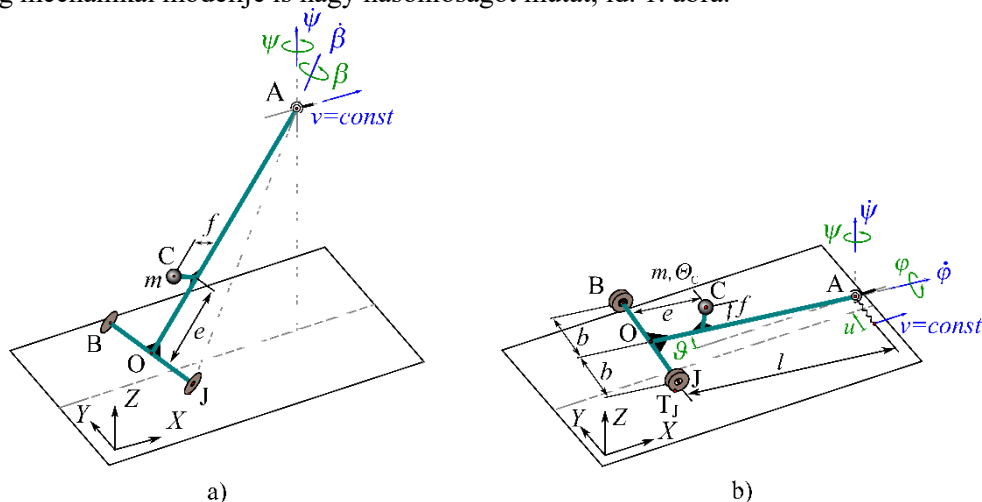
A kutatás célja a kígyózó vontatmányok mozgásához szükséges mechanikai modell felállítása és a stabilitásvesztés szempontjából lényeges paraméterek hatásának vizsgálata. A mozgásegyenletek levezetése után ismertetésre kerülnek az egyenes vonalú mozgás körül linearizált mozgásegyenletek. Két, eltérő bonyolultságú modell esetére analitikus és numerikus úton meghatározzuk a stabilitás szempontjából kritikus paraméterértékeket.

The aim of the study is to construct the mechanical model of snaking trailers and to investigate the effects of certain parameters on stability. The governing equations are derived; the linearized equations of motion for the investigation of the rectilinear motion are presented. Critical parameter values are determined analytically and numerically for two mechanical models having different levels of complexity.

kétkerekű bőrönd, vontatmány, nem-sima rendszer, anholonom rendszer, stabilitás

1. BEVEZETÉS

A különféle vontatmányok (pl. pótkocsik, utánfutók) stabilitásvesztése komoly gondot jelenthet a mindennapjainkban. Rosszul megválasztott rakomány elhelyezés és sebesség esetén az egyenes vonalú egyenletes mozgás lineáris stabilitásvesztésének következtében a vontatmány elkezdhet pattogni egyik kerekéről a másikra. Ennek legveszélyesebb kimenetele a vontatmány felborulása. Ezen, ún. kígyózó mozgás ([1-2]) nagyban hasonlít a kétkerekű bőröndök pattogására ([3-4]), valamint a két jelenség mechanikai modellje is nagy hasonlóságot mutat, ld. 1. ábra.



1. ábra

A két jelenség mechanikai modellje: a) pattogó bőrönd és b) kígyózó vontatmány

Tanulmányunkban röviden bemutatásra kerülnek az említett jelenségek vizsgálatára alkalmas mechanikai modellek, melyekkel felderíthetők azok a veszélyes paramétertartományok, melyekben a stabil egyenes vonalú mozgás mellett megjelenhet a vontatmány felborulásával járó nagy amplitúdójú mozgás. Ehhez a mozgásegyenletek levezetése után lineáris stabilitásvizsgálattal meghatározzuk az egyes paraméterek hatását a stabilitásra. Az eredményeket numerikus szimulációk segítségével is ellenőrizzük.

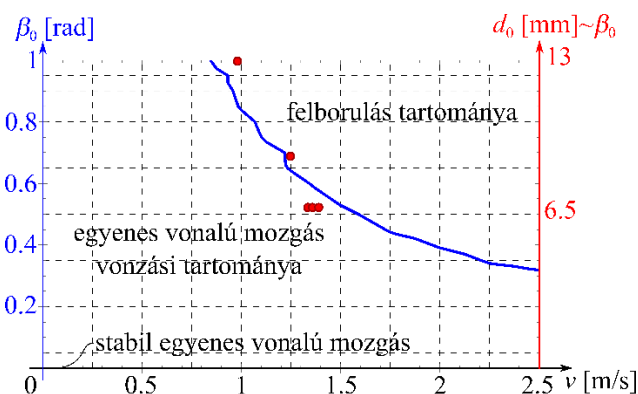
2. KÉTKEREKŰ BÖRÖND PATTOGÓ MOZGÁSA

A kétkerekű bőrönd mechanikai modellje az 1. ábra bal oldalán látható. A bőröndöt modellező tömeg nélküli merev vázból, m tömegű anyagi pontból és elhanyagolható sugarú merev kerekekből álló testet az A pontban található gömbcsuklónál állandó nagyságú v sebességgel húzzuk. A test térbeli helyzetének megadásához az ábrán illusztrált térbeli forgatásokat alkalmazzuk. A pattogó jelenség vizsgálatát az teszi izgalmassá, hogy az egyes mozgásállapotokhoz (gördülés egyik, másik, ill. mindkét keréken, valamint a talaj-kerék kapcsolat nélküli eset) más-más mozgásegyenletek tartoznak. Ráadásul, a talaj-kerék közötti gördülési kapcsolatot leíró kinematikai kényszer miatt a rendszer anholonom.

A mozgásegyenletek szimulációs környezetbe implementálva, különböző kezdeti feltételekkel és paraméterértékekkel (v vontatási sebesség, l bőrönd hossz, b bőrönd félszélesség, e és f tömegpont elhelyezését leíró) vizsgálható a bőrönd mozgása, melyek összevethetők kísérleti eredményekkel. A tanulmányunkban alkalmazott kísérleti berendezés a 2. ábra bal oldalán látható. A kísérletek során a bőröndöt futószalagra helyeztük, majd különböző sebességek mellett a bőrönd kereke elé d_0 átmérőjű akadályt helyeztünk [5]. Az akadály által létrehozott gerjesztést a szimulációkban az akadály átmérőjével arányos β_0 kezdeti szögkitéréssel vettük figyelembe. Mind a kísérletekben, mind a szimulációkban meghatároztuk, hogy a különböző sebességek mellett milyen mértékű gerjesztés hatására jelenik meg a bőrönd felborulásához vezető pattogó mozgás. A szimulációs eredmény a 2. ábra jobb oldalán, folytonos kék vonallal, míg a mérési eredmények piros pontokkal vannak jelölve. Amint az az ábrán megfigyelhető, a szimulációs és mérési eredmények jellegre hasonlítanak: nagyobb sebesség esetén egy kisebb gerjesztés is a bőrönd felborulásához vezet.



a)



b)

2. ábra

a) Mérési elrendezés, b) szimulációs (kék folytonos vonal) és mérési eredmények (piros pontok) összehasonlítása [5]

3. VONTATMÁNY KÍGYÓZÁSA

A vontatmány mechanikai modellje az 1. ábra jobb oldalán látható. A vontatmányt v konstans sebességgel húzzuk, az A pontban elhelyezett oldalirányban deformálódó rugón keresztül. Az utánfutó tömegét m , tehetetlenségi nyomatékát θ_C jelöli. A vonóhorog és vontatmány tengelyének távolsága l , a vontatmány nyomtávja $2b$. A tömegközéppont helyzete az e és f paraméterekkel jellemezhető. A felfüggesztés és gumikerekek rugómerevségét s , csillapítását k jelöli, míg az oldalirányú rugó

merevsége s_1 , csillapítása k_1 . A vontatmány mozgása három szöggel írható le, melyek: ψ (yaw angle), ϑ (pitch angle) és φ (roll angle). Ezen szögek kiegészülnek az u oldalirányú elmozdulással, így a rendszer $n = 4$ szabadságfokú, az általános koordináták vektora: $\mathbf{q} = (\psi, \vartheta, \varphi, u)$.

3.1 Mozgásegyenlet

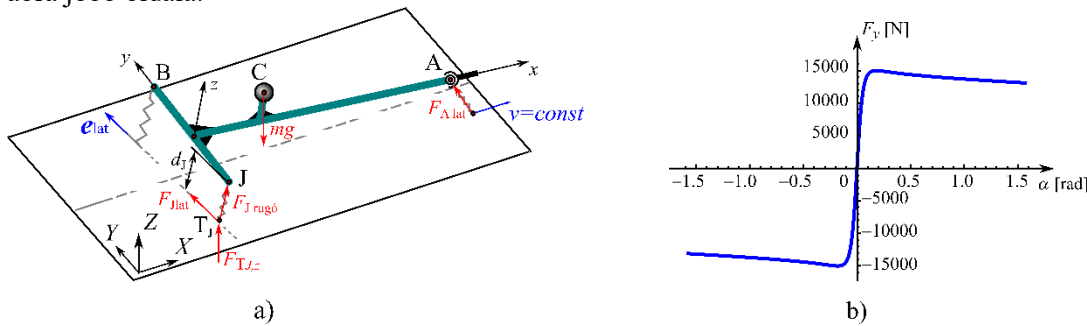
A mozgásegyenlet másodfajú Lagrange-egyenlettel levezethető:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1 \dots n, \quad (1)$$

ahol T a kinetikus energia, q_k a k -adik általános koordináta, Q_k az aktív erőkkel származó általános erő k -adik komponense. A kinetikus energia: $T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\Theta}_C \boldsymbol{\omega}$, ahol v_C a C pont sebessége, $\boldsymbol{\omega}$ a test szögsebessége, $\boldsymbol{\Theta}_C$ pedig a tehetetlenségi nyomatéki mátrix. Az aktív erőkkel származó általános erő a virtuális teljesítményből számítható:

$$\delta P = \mathbf{G} \cdot \delta \mathbf{v}_C + \mathbf{F}_{Jlat} \cdot \delta \mathbf{v}_{T_J} + \mathbf{F}_{Jrugó} \cdot \delta \mathbf{v}_J + \mathbf{F}_{Blat} \cdot \delta \mathbf{v}_{T_B} + \mathbf{F}_{Brugó} \cdot \delta \mathbf{v}_B + \mathbf{F}_{Arugó} \cdot \delta \mathbf{v}_A, \quad (2)$$

ahol $\mathbf{G}$ a nehézségi erő, $\mathbf{F}_{Jlat}$ és $\mathbf{F}_{Blat}$ a gumiabroncsra ható oldalirányú erők, $\mathbf{F}_{Jrugó}$ és $\mathbf{F}_{Brugó}$ a kerékfelfüggesztésben ébredő erők, $\mathbf{F}_{Arugó}$ az oldalirányú rugóban ébredő erő. A testre ható aktív erőket szemlélteti a 3. ábra bal oldala. A gumiabroncsra ható oldalirányú erők az ún. Magic Formula [6] segítségével számíthatóak. A gumiabroncsra ható erő kúszási szögtől való függését ábrázolja a 3. ábra jobb oldala.



3. ábra

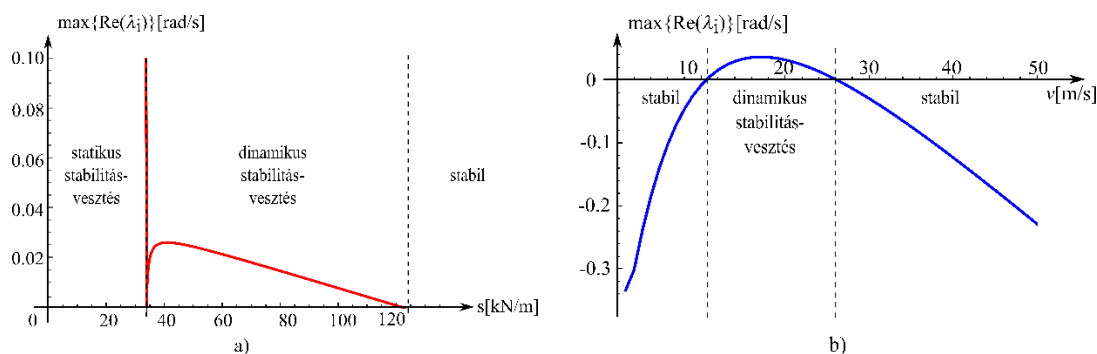
a) A testre ható aktív erők, b) a kerékre ható laterális erő karakterisztikája

3.2 Lineáris stabilitásvizsgálat

A lineáris stabilitásvizsgálat során a vontatmány egyenes vonalú egyenletes mozgása körüli kis mozgásokat vizsgáljuk. A stacionárius mozgás során igazak a következők: $\psi(t) \equiv \psi_0 = 0$, $\vartheta(t) \equiv \vartheta_0 = 0$, $\varphi(t) \equiv \varphi_0 = 0$ és $u(t) \equiv u_0 = 0$. A linearizált mozgásegyenlet a következő formát ölti:

$$\mathbf{M}_{lin} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{lin} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}_{lin} \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

ahol $\mathbf{M}_{lin}$ a linearizált tömegmátrix, $\mathbf{K}_{lin}$ a linearizált csillapítási mátrix és $\mathbf{S}_{lin}$ a linearizált merevségi mátrix. A rendszer szétválasztható két alrendszerre, ugyanis a vontatmány bőlító mozgásához tartozó egyenlet leválasztható. A rendszer karakterisztikus egyenletét felírva, a stabilitás vizsgálható a Hurwitz—aldeterminánsok alapján. Ha az oldalirányú merevség végtelen, azaz a vonóhorog oldalirányú deformációja zérus, a rendszer három szabadságfokúra egyszerűsödik. Ekkor elmondható, hogy a stabilitási határ sebességtől független. A vontatóhorog oldalirányú elmozdulását meghagyva viszont a vontatási sebességtől függ a vontatmány stabilitása. A két modell esetén a rendszer legjobboldalibb sajátérték valós részét ábrázolja a 4. ábra a kerékfelfüggesztés merevségének és a sebesség függvényében.

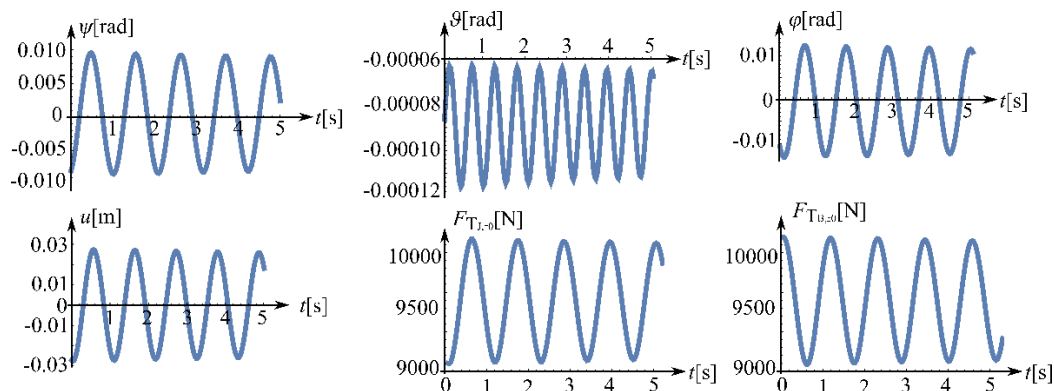


4. ábra

A legjobboldalibb sajátérték valós része: a) 3 DoF rendszer, b) 4 DoF rendszer

3.3 Szimuláció

A vontatmány mozgását szimuláció segítségével is vizsgáltuk. Az 5. ábra egy, a lineárisan instabil tartományban elindított szimulációval kapott állandósult amplitúdójú mozgást mutat.



5. ábra

Numerikus szimuláció időjelei

4. KONKLÚZIÓ

Kutatásunk során elkészítettük a pattogó bőrönd és a kigyózó vontatmány lehetséges mechanikai modelljeit. A bőrönd modelljével kapott elméleti eredményeket részben kísérletekkel támasztottuk alá, bizonyítva az egyenes vonalú egyenletes mozgás vonzási tartományának sebességtől való függését. A vontatmány esetén, két, eltérő bonyolultságú modellel vizsgáltuk a vontatmány egyenes vonalú egyenletes mozgásának lineáris stabilitását. A bonyolultabb, négy szabadságfokú modell segítségével igazoltuk, hogy létezik olyan kritikus vontatási sebesség, amely esetén kialakulhat a vontatmány kigyózó mozgása.

IRODALOMJEGYZÉK

- Troger, H. and Zeman, K.: A nonlinear-analysis of the generic types of loss of stability of the steady-state motion of a tractor-semitrailer. In: Vehicle System Dynamics 13(4), 161-172. 1984. [1]
 Darling, J., Tilley, D., Gao, B.: An experimental investigation of cartrailer high-speed stability, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D:Journal of Automobile Engineering 223 (4), 471-484. 2009. [2]
 Plaut, R. H.: Rocking instability of a pulled suitcase with two wheels. In: Acta Mechanica 117, 165-179. 1996. [3]
 Facchini, G., Sekimoto, K., Courrech du Pont, S.: The rolling suitcase instability: a coupling between translation and rotation. In: Royal Society, 473(2202). 2017. [4]
 Horvath, H.Zs., Takacs, D.: Modelling and Simulation of Rocking Suitcases. In: Acta Polytechnica CTU Proceedings 18. 61-65. p. 2018. doi:10.14311/APP.2018.18.0061. [5]
 Pacejka, H.B.: Tyre and Vehicle Dynamics, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002. [6]