Horváth Tamás; Dr. Orosz Tamás
h.tamas109@gmail.com
Széchenyi István Egyetem, Teljesítményelektronikai és Villamos Hajtások Tanszék

3D nyomtatott toroid tekercs vasveszteségének analízise

Absztrakt – A villamos gépek vesztesége és teljesítménye jelentősen függ az alkalmazott vasmagtól. A vasmag tulajdonságait az anyagösszetétel, valamint a gyártási folyamat határozza meg. A vasmag minőségét az anyag összetétel fejlesztésével csak bizonyos mértékig lehet növelni, ezért jelentős fejlődést a gyártási folyamat javítása hozhat. Az utóbbi évtizedekben az additív gyártási folyamatok (3D nyomtatás) rengeteget fejlődtek, segítségükkel gyors prototípusok, illetve a lemezeléses módszerrel megvalósíthatatlan topológiák készíthetőek.

A vasveszteségek modellezése a jelenleg alkalmazott végeselemes megoldókban egy utófeldolgozási folyamatot jelent. Ezek a modellek jó eredményeket adnak lemezelt vasmagok esetén, a teljes gépre, de lokálisan nézve alul, vagy felül becslik a vasveszteség értékét. Kérdéses, hogy ezek a formulák milyen eredményekkel alkalmazhatóak 3D nyomtatott anyagok esetén.

A cikk elején bemutatom a végeselem számítás esetén használt főbb vesztségmodelleket, majd két 3D nyomtatott toroid minta hiszterézis karakterisztikájának és veszteségeinek mérését, mérési értékek segítségével alkotott Preisach modelljét.

Abstract *– The performance of electric machines is significantly influenced by their iron core. The properties of the iron core are determined by the material composition and the manufacturing process. While advancements in material composition can enhance the quality to some extent, achieving substantial progress necessitates improvements in the manufacturing process as well. Over the last decades, additive manufacturing (3D printing) has witnessed substantial developments, and they offer a multitude of advantages. For example, the rapid production of prototypes and the creation of intricate topologies that were previously unattainable using laminated techniques.*

Modeling iron losses involves a post-processing step in the currently employed finite element solvers. These models yield good results for laminated iron cores when considering the entire machine. However, when examined locally, they tend to underestimate or overestimate the iron loss values. It is uncertain how well these formulas can be applied to 3D printed materials.

At the beginning of the paper, I will introduce the main loss models used in finite element simulations. Then, I will present the Preisach model constructed based on measurement values for the hysteresis characteristics and losses of two 3D printed toroid samples.

Címszavak: vasveszteség; 3D nyomtatás, toroid mag, veszteség modell, villamos gép

DOI: 10.54232/MAIT.2023_3

1. BEVEZETÉS

Az additív gyártási módszerek (3D nyomtatás) az elmúlt évtizedek során jelentős fejlődésen mentek keresztül és bár jelenleg a hagyományos gyártási módszerek megbízhatósága és hatékonysága nem elérhető, a módszer segítségével a lemezelt vasmagok minőségét megközelítő és akár meg is haladó vasmagok hozhatók létre [1]. Emellett az additív gyártási módszerek számos előnyt nyújthatnak a villamos gépek vasmagjának gyártása terén, például a hagyományos módszerekkel nem elkészíthető topológiák megvalósításával, a topológia optimalizálási szoftverek alkalmazásával, vagy a prototípus gyártás megkönnyítésével.

A cikkben röviden bemutatom a vasveszteséget okozó jelenségeket, a vasmaganyagok mérési módszerét, a vasveszteség modellezésére alkalmazott modelleket, végül a 3D nyomatott FeCo (vas-kobalt) toroid minták analízisét. A minták veszteségét számítógép vezérelt mérőrendszer segítségével vizsgálom, majd megvalósítom a hiszterézis karakterisztika Preisach-modellel való közelítését.

2. VASVESZTESÉG

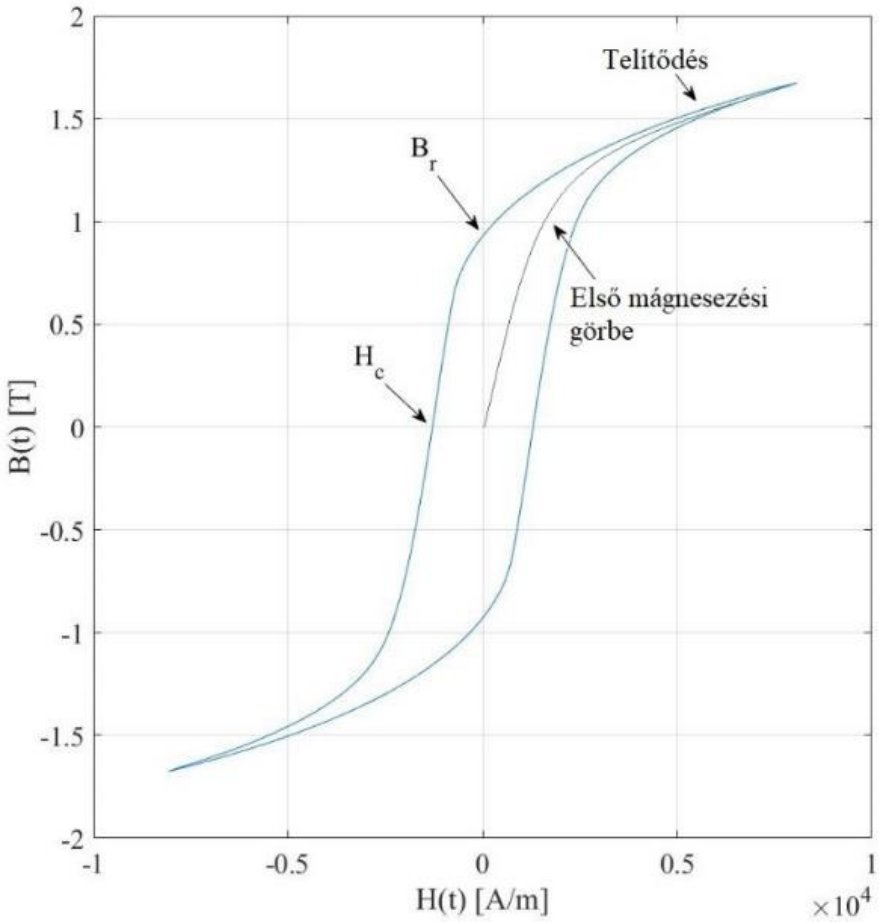
A villamos gépek hatékony működéséhez a gépek tekercse által keltett mágneses teret koncentrálni és irányítani kell, ezzel biztosítva, hogy a lehető legnagyobb mértékű energiaátvitel jöjjön létre az alkatrészek között. Ezt a célt szolgálja a vasmag. A villamos gépek vasmagja nagy permeabilitású, ferromágneses anyagokból, különféle fémek ötvözetéből készül. Az iparban leggyakrabban használt ötvözetek a FeSi, FeNi, és FeCo. Az alkalmazott nagy permeabilitású anyagok, nagy energiasűrűség elérését teszik lehetővé, azonban paramétereik a villamos gépek veszteségét is nagyban befolyásolják.

2.1. Hiszterézis veszteség

A tekercs által létrehozott H mágneses térerősség és a gépben létrejövő B mágneses indukció között az anyag hiszterézis karakterisztikája tesz kapcsolatot (lásd 1.ábra).

A vasmaganyag hiszterézise a villamos gépek üresjárási veszteségnek jelentős részéért felelős. Az anyag fel- és lemágnesezéséhez, a domének elmozdításához energiabefektetésre van szükség, ami a hiszterézis görbe integráljaként határozható meg:

$$\boldsymbol{W_h = \int_{B_{min}}^{B_{max}} H dB}. \qquad (1)$$



1. ábra - Példa egy 3D nyomtatott FeCo toroid hiszterézis karakterisztikájára [25].

2.2. Örvényáramú veszteségek

Mivel a villamos gépek változó mágneses térben üzemelnek, a vasmagban örvényáramú veszteség is létrejön. A Faraday-féle indukciós törvény értelmében,

$$\boldsymbol{\nabla \times E = \frac{-\partial B}{\partial t}}, \qquad (2)$$

a vasmagban létrejövő változó fluxus körül örvényes E elektromos térerősség jelenik meg, ami a vasmagban J örvényáramot indít,

$$\boldsymbol{J = \sigma E}, \qquad (3)$$

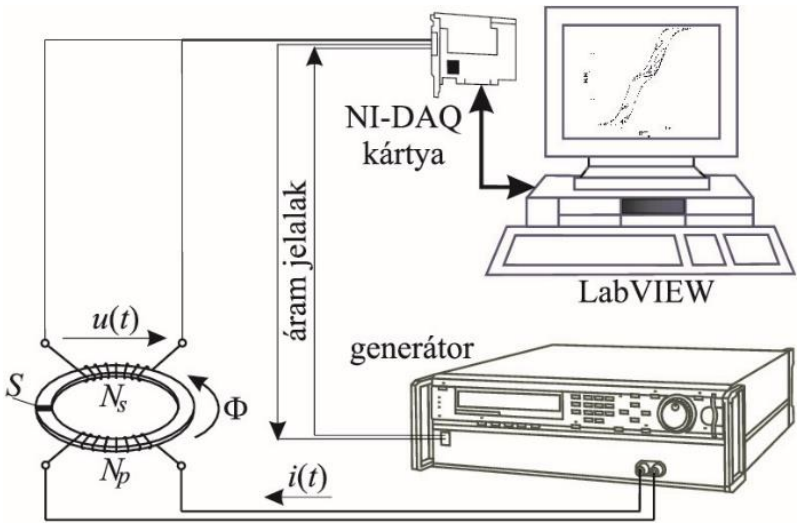
ahol σ az anyag fajlagos vezetőképessége. Az örvényáram a vasmagot melegíti és hőveszteségként jelentkezik. Az örvényáramú veszteség értéke a következő egyenlettel fejezhető ki, [2]

$$\boldsymbol{W_{ed} = \frac{\sigma d^2}{12\rho}\left(\frac{dB(t)}{dt}\right)^2}, \qquad (4)$$

ahol ρ a vasmag fajsúlya, és da mágneslemez vastagsága. A vasmag veszteségét a hiszterézis veszteség és az örvényáramú veszteség együttesen határozzák meg.

3. MÉRÉSI MÓDSZER

A mérésre használt elrendezés a 2.ábrán látható. A méréshez a mintára egy primer N_1 és egy szekunder N_2 tekercset helyeztem el. A primer tekercs gerjesztése egy programozható áramgenerátor segítségével történt. A szekunder kör terheletlen állapotban kialakuló feszültségét, valamint a primer kör áramát pedig egy NI-DAQ adatgyűjtő kártyával mértem. A mérés LABVIEW szoftver segítségével teljes egészében számítógép vezérelt, így a mért feszültség és áram jelalakok feldolgozása, valamint a gerjesztő áram jelalak meghatározása is annak segítségével történt.



2. ábra - A mérési eljárás blokkvázlata [8].

A mért i áram- és u feszültségjelalak felhasználásával kiszámítható a mágneses térerősség, a mágneses indukció, és a $p_s$veszteségi teljesítmény a következő egyenletek segítségével,

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{N_1}}{\boldsymbol{l_{eff}}}\boldsymbol{i(t)}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{N_2 A}}\int_0^t \boldsymbol{u(\tau)d\tau}, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{p_s} = \frac{\boldsymbol{f N_1}}{\boldsymbol{N_2 m}}\int_0^T \boldsymbol{i(t)u(t)dt}, \quad (7)$$

ahol N_1 a primer tekercselés menetszáma, N_2 a szekunder tekercselés menetszáma, m a minta tömege, l_{eff} a mágneses térerősség effektív hossza, A a minta keresztmetszete, f a gerjesztés frekvenciája, T pedig a periódus idő.

4. A VIZSGÁLT TOROID MINTÁK

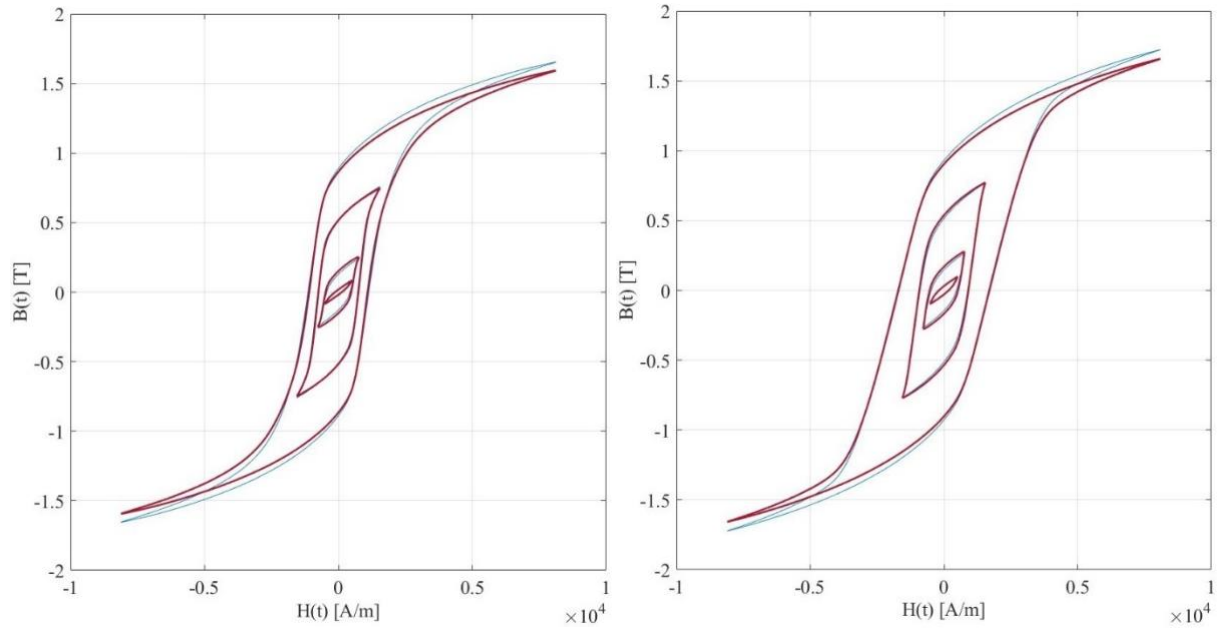
Kutatásom során különféle 3D nyomtatott toroid magokat vizsgáltam. A nemzetközi szabványok szerint a toroid mintás módszerrel speciális ötvözetek, amorf és nanokristályos anyagok, préselt és szinterelt anyagok, fröccsöntött és öntött anyagok, valamint lágymágneses kompozit anyagok vizsgálhatók, így a 3D nyomtatott vasmagok esetében is megfelelő módszernek bizonyul. A kutatás során L-PBF (Laser-Powder Bed Fusion) módszerrel készült FeCo, FeNi és FeSi toroid mintákat

vizsgáltam, a cikkben azonban csak két 0°-os nyomtatási szöggel készített FeCo mintát szemléltetek. A 3. ábraán a két minta a látható.

3. ábra - A két 0°-os nyomtatási szöggel készült FeCo toroid minta [25].

A minták belső átmérője 6,8 mm, külső átmérője 11,96 mm, magassága pedig 5,2 mm. Ezek alapján meghatározható, hogy az l_{eff} effektív hossz 29,4681 mm és a toroid keresztmetszetének A felülete 13,416 mm2. A mintákra 31 menetes primer tekercselést és 12 menetes szekunder tekercselést helyeztem el.

A mérést szinuszos gerjesztő áram mellett, szinuszos térerősséggel végeztem 1,5,10 és 50 Hz-en, a térerősség amplitúdójának 500-8000 A/m közötti változtatása mellett. A 4. ábraán a két minta 1 és 10 Hz-es hiszterézis görbéi figyelhetők meg.



4. ábra – A két minta mért hiszterézis görbéi 1 Hz-es (bal) és 10 Hz-es (jobb) gerjesztés mellett [25].

Az 1 Hz-es és 10 Hz-es görbék összehasonlításával megfigyelhető az örvényáram hatása a vasveszteségre, míg az 1 Hz-es méréssel a kvázi statikus hiszterézis karakterisztikák vizsgálhatók,

10 Hz-en az örvényáram megjelenése miatt a hiszterézis karakterisztikák kiszélesednek és a veszteség nő. Megfigyelhető, hogy a minták viszonylag nagy (~1,5 T) indukció érték mellett kezdenek telítődni, azonban nagy veszteséggel rendelkeznek (1 Hz-en, 8000 A/m-es térerősség mellett ~5600 J/m3). Fontos kiemelni, hogy a mintákat hőkezelés nélkül vizsgáltam. Hőkezelés alkalmazásásával tulajdonságaik lényegesen javulnak, mivel a gyártás során az anyagban keletkező belső feszültségek megszűnnek [9].

5. A VASVESZTESÉG MODELLEZÉSÉRE HASZNÁLT MÓDSZEREK

A vasveszteség modellezésére használt módszerek számos módon csoportosíthatók [10], [11]. A következő három alfejezetben, az egyik leggyakrabban alkalmazott csoportosítás szerint mutatom be a módszereket. Az első és második alfejezetben a kevésbé pontos, de gyors, Steinmetz-egyenleten és a veszteségek szétválasztásán alapuló módszereket mutatom be, majd a mágnesezési görbe nemlinearitását is figyelembe vevő matematikai módszereket.

5.1. Steinmetz-egyneleten alapuló módszerek

A polinom illesztést alkalmazó módszerek alapjául a Steinmetz egyenlet szolgál [12],

$$\boldsymbol{P = C f^{\alpha} B^{\beta}}, \qquad (8)$$

ahol P a számított veszteség, f a gerjesztés frekvenciája, B pedig a mágneses indukció amplitúdója, a C, αés β konstansokat pedig a mérési eredmények alapján kell megválasztani. A konstansok frekvencia függőek, így a modell csak az identifikálás során alkalmazott frekvenciák körüli szűk tartományban pontos, emellett a modellhez tisztán szinuszos indukció szükséges, ami azonban a vasmag telítődése és a szinuszostól eltérő gerjesztés miatt a valóságban rendszerint nem áll rendelkezésre. A modell kiterjeszthető nem szinuszos mágneses indukció esetére is [13]. Ez a módszer a vasmagok nemlineáris viselkedésének modellezésére nem alkalmas. Ezt küszöböli ki a módosított Steinmetz egyenletet (MSE), amelynek alapja, hogy a pillanatnyi vasveszteség egyenesen arányos az indukció időszerinti deriváltjával, annak jelalakjától függetlenül [14]. Alacsony főmódusú gerjesztés esetén azonban pontatlan és a DC eltolást sem veszi figyelembe [15]. Ezeket a problémákat próbálja megoldani, az általánosított Steinmetz egyenlet (GSE) és a fejlesztett általánosított Steinmetz egyenletek (iGSE, NSE[16], [17], [18], [19], DNSE [20]).

5.2. A veszteség szétválasztásán alapuló módszerek

Jordan szétbontotta a vasveszteség számítást két komponensre, a statikus hiszterézis veszteség és az örvényáramú veszteség összegére [21]:

$$\boldsymbol{P = P_h + P_{öv} = C_h f B^2 + C_{öv} f^2 B^2}, \qquad (9)$$

ahol a C_h és $C_{öv}$ konstansok segítségével a modell a mérési eredményekhez illeszthető. A statikus hiszterézis veszteség a doménfalak mozgatásához szükséges energiával arányos. Az örvényáramú veszteség komponens a Maxwell egyenletek alapján a $\boldsymbol{Wed = \frac{\sigma d^2}{12\rho}\left(\frac{dB(t)}{dt}\right)^2}$,*(4)* egyenlet segítségével határozható meg. Bertotti egy harmadik taggal egészítette ki a veszteség szétválasztási modellt,

mert a fenti egyenlettel számolt veszteség pl. a villamos gépekben is alkalmazott szemcseorientált anyagok esetén szignifikánsan eltért a mért értékektől:

$$\boldsymbol{P = P_h + P_{öv} + P_{jár} = C_h f B^2 + C_{öv} f^2 B^2 + C_{jár} f^{1,5} B^{1,5}},\qquad (10)$$

ahol $P_{jár}$a járulékos veszteség számítására egy matematikai statisztika alapú módszert vezetett be. ennek a módszernek számos továbbfejlesztése létezik, például a [2] cikkben bemutatott modell segítségével a vasveszteség hőmérsékletfüggése is figyelembe vehető.

5.3. Matematikai hiszterézis modellek

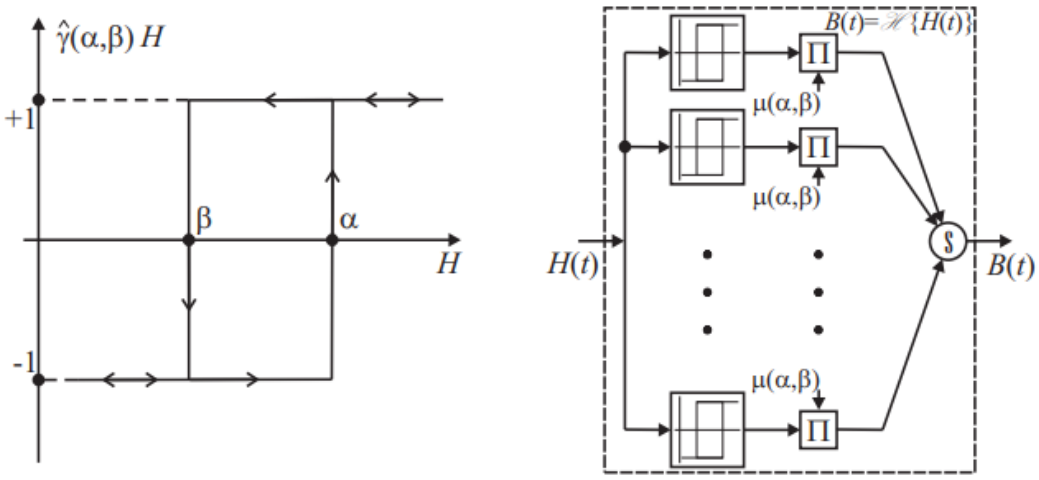
Ezek a módszerek a hiszterézisgörbe alakjának közelítéséből indulnak ki, a vasveszteség a modellezett hiszterézis karakterisztika területének számításával adódik$\boldsymbol{Wh} = \int_{B_{min}}^{B_{max}} \boldsymbol{H dB}$. *(1)*.

Számos hiszterézis közelítő módszer létezik, fizikai alapú modell a Jiles-Atherton modell [22], a Preisach modell [23], vagy a matematikai statisztikán alapuló illesztett felületet alkalmazó modellek [24].

Kutatásom során a skalár Presiach modellt alkalmaztam a toroidok veszteségének közelítésére. A modell szerint az eredő hiszterézis karakterisztikát végtelen számú elemi hiszteron kimenetének súlyozott összege adja, ami a következő kettős integrál formulával írható le [8]:

$$\boldsymbol{B(t) = \mathcal{H}\{B\} = \iint_{\alpha \geqq \beta} \mu(\alpha,\beta)\hat{\gamma}(\alpha,\beta)H(t)d\alpha d\beta},\qquad (11)$$

ahol $\hat{\gamma}(\alpha,\beta)$ az egyes hiszteronok kimenete a hozzájuk tartozó α,β értékekkel. Egy hiszteron karakterisztikája az 5. ábrán látható. A $\mu(\alpha,\beta)$ tag pedig a Preisach-eloszlásfüggvény, ami az egyes hiszteronok kimenetét súlyozza.

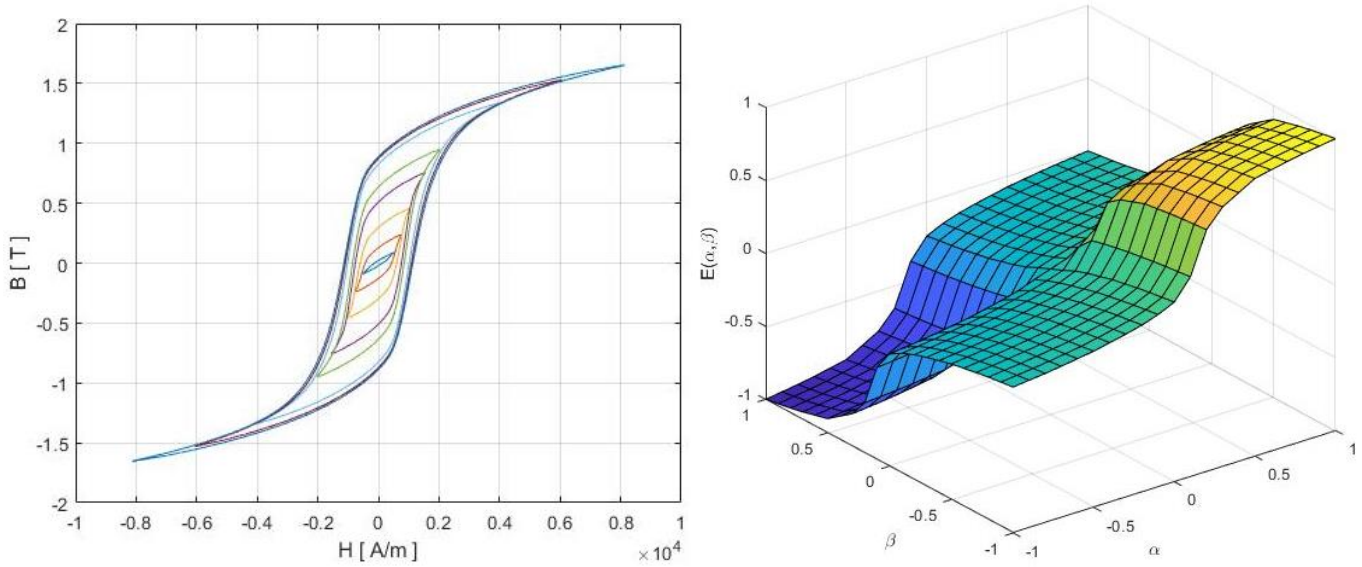


5. ábra - Egy hiszteron kimenete (a) és az egyes hiszteronok eredőjeként alkotott hiszterézis modell (b) [8].

A$\boldsymbol{Bt = \mathcal{H}\{B\} = \iint_{\alpha \geqq \beta} \mu(\alpha,\beta)\hat{\gamma}(\alpha,\beta)H(t)d\alpha d\beta}$, *(11)* egyenlet számítására többféle módszer létezik az irodalomban, A dolgozatban egy az $E(\alpha,\beta)$ Everett-függvény megoldásán alapuló módszert mutatunk be [8]. Az Everett-függvény ismeretében a modell a következő alakra egyszerűsödik:

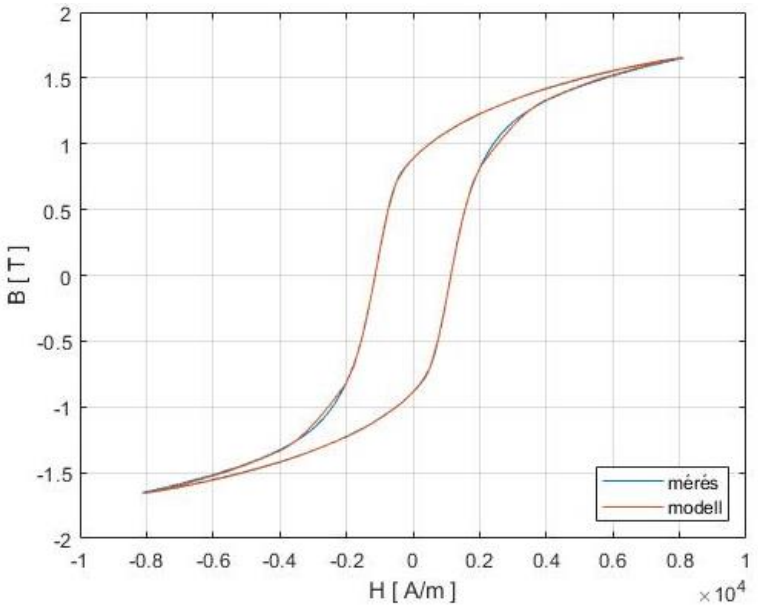
$$\boldsymbol{B(t) = -E(\alpha_0,\beta_0) + 2\sum_{k=1}^{K}[E(\alpha_k,\beta_{k-1}) - E(\alpha_k,\beta_k)]},\qquad (12)$$

ahol K a lépcsősgörbe által tárolt sarkok számát jelöli. Az Everett függvény további előnye, hogy kapcsolatban áll a mérési eredményekkel és a vasmag koncentrikus hiszterés görbéinek mérése segítségével meghatározható [8]. Az egyes számú vizsgált FeCo toroid minta koncentrikus hiszterézis görbéi és az azokból meghatározott Everett függvény a 6. ábrán látható.



6. ábra – Az egyes számú vizsgált FeCo minta koncentrikus hiszterézis görbéi (a) és az azokból meghatározott Everett-függvény (b).

Az identifikált Everett függvény segítségével a minta hiszterézis karakterisztikája a Preisach modell segítségével közelíthető, ennek ellenőrzése céljából a mért hiszterézis görbéket a modell segítségével közelítettem. A 7. ábrán a 8000 A/m-es amplítúdójú, 1Hz-es térerősség mellett mért hiszterézis görbe hasonlítható össze a modell segítségével meghatározott görbével. Megfigyelhető, hogy a modell jó pontossággal közelíti a mért hiszterézis karakterisztikát



7. ábra – Az egyes számú FeCo minta 8000 A/m-es 1Hz-es térerősség mellett mért hiszterzéis karakterisztikájának közelítése a Preisach modell segítségével.

6. KONKLÚZIÓ

A cikkben bemutattam a villamos gépek vasveszteségét okozó jelenségeket, a vasmagok anyagának vizsgálatára alkalmazott mérési eljárásokat, a vasveszteség modellezésére használt módszereket, valamint a kutatás során vizsgált 3D nyomtatott FeCo toroid minták vizsgálatát és hiszterézis karakterisztikájának modellezését a skalár Preisach modell segítségével.

Megállapítható, hogy a Preisach módszer jó pontossággal képes modellezeni a minták hiszterézis karakterisztikáját, így ez a módszer alkalmazható a 3D nyomtatott vasmaganyagok modellezésére. További kérdés, hogy a cikkben bemutatott egyéb modellek mekkora pontosságra képesek.

Az is megfigyelhető volt, hogy a két azonos gyártási módszerrel készített minta között számottevő eltérés volt. Ennek további vizsgálatára egy több mintát tartalmazó mérés elvégzése a cél.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerzők köszönetüket fejezik ki a mérésre kapott 3D nyomtatott toroid mintákért Kocsis Bencének a Széchenyi István Egyetem Anyagtudományi és Technológiai Tanszék egyetemi tanársegédjének.

8. HIVATKOZÁSOK

[1] H. Tiismus, A. Kallaste, T. Vaimann, and A. Rassõlkin, “State of the art of additively manufactured electromagnetic materials for topology optimized electrical machines,” Addit Manuf, vol. 55, p. 102778, 2022, doi: https://doi.org/10.1016/j.addma.2022.102778.

[2] M. Kuczmann and T. Orosz, “Temperature-Dependent Ferromagnetic Loss Approximation of an Induction Machine Stator Core Material Based on Laboratory Test Measurements,” Energies (Basel), vol. 16, no. 3, 2023, doi: 10.3390/en16031116.

[3] G. Bramerdorfer, M. Kitzberger, D. Wöckinger, B. Koprivica, and S. Zurek, “State-of-the-art and future trends in soft magnetic materials characterization with focus on electric machine design – Part 1,” tm - Technisches Messen, vol. 86, no. 10, pp. 540–552, 2019, doi: doi:10.1515/teme-2019-0065.
[4] E. Antonelli, E. Cardelli, and A. Faba, “Epstein frame: how and when it can be really representative about the magnetic behavior of laminated magnetic steels,” IEEE Trans Magn, vol. 41, no. 5, pp. 1516–1519, May 2005, doi: 10.1109/TMAG.2005.845072.
[5] T. Yamamoto and Y. Ohya, “Single sheet tester for measuring core losses and permeabilities in a silicon steel sheet,” IEEE Trans Magn, vol. 10, no. 2, pp. 157–159, Jun. 1974, doi: 10.1109/TMAG.1974.1058306.
[6] A. Selema et al., “Evaluation of 3D-Printed Magnetic Materials For Additively-Manufactured Electrical Machines,” J Magn Magn Mater, vol. 569, p. 170426, Mar. 2023, doi: 10.1016/j.jmmm.2023.170426.
[7] H. and K. A. and B. A. and V. T. and R. A. and L. D. Tiismus, “Hysteresis measurements and numerical losses segregation of additively manufactured silicon steel for 3D printing electrical machines,” Applied Sciences, vol. 10, 2020.
[8] K. Miklós, “Ferromágneses Hiszterézis Az Elektromágneses Térszámításban,” MTA Doktori értekezés, 2014, [Online]. Available: http://real-d.mtak.hu/730/7/KuczmannMiklos_doktori_mu.pdf
[9] S. Lammers et al., “Additive Manufacturing of a lightweight rotor for a permanent magnet synchronous machine,” 2016 6th International Electric Drives Production Conference (EDPC), pp. 41–45, 2016, doi: 10.1109/EDPC.2016.7851312.
[10] A. Krings, S. Nategh, A. Stening, H. Grop, O. Wallmark, and J. Soulard, “Measurement and Modeling of Iron Losses in Electrical Machines,” Aug. 2012, pp. 101–119.
[11] D. Rodriguez-Sotelo, M. A. Rodriguez-Licea, I. Araujo-Vargas, J. Prado-Olivarez, A.-I. Barranco-Gutiérrez, and F. J. Perez-Pinal, “Power Losses Models for Magnetic Cores: A Review,” Micromachines (Basel), vol. 13, no. 3, p. 418, Mar. 2022, doi: 10.3390/mi13030418.
[12] S. C. Proteus, “On the law of hysteresis,” IEEE Proceedin, vol. 72, pp. 197–221, 1984.
[13] R. Severns, “HF-core losses for nonsinusoidal waveforms,” in Proc. HFPC, 1991, pp. 140–148.
[14] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. A. A. De Doncker, “Calculation of losses in ferro-and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation,” IEEE Trans Ind Appl, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, 2001.
[15] Jieli Li, T. Abdallah, and C. R. Sullivan, “Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms,” in Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248), IEEE, pp. 2203–2210. doi: 10.1109/IAS.2001.955931.
[16] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, “Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters,” in 2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings., IEEE, pp. 36–41. doi: 10.1109/CIPE.2002.1196712.
[17] J. Muhlethaler, J. Biela, J. W. Kolar, and A. Ecklebe, “Improved Core-Loss Calculation for Magnetic Components Employed in Power Electronic Systems,” IEEE Trans Power Electron, vol. 27, no. 2, pp. 964–973, Feb. 2012, doi: 10.1109/TPEL.2011.2162252.
[18] V. C. do Nascimento and S. D. Sudhoff, “Continuous Time Formulation for Magnetic Relaxation Using the Steinmetz Equation,” IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 33, no. 3, pp. 1098–1107, Sep. 2018, doi: 10.1109/TEC.2018.2821599.
[19] C. R. Sullivan, “High frequency core and winding loss modeling,” in 2013 International Electric Machines & Drives Conference, IEEE, May 2013, pp. 1482–1499. doi: 10.1109/IEMDC.2013.6556339.
[20] A. P. Van den Bossche, D. M. Van de Sype, and V. C. Valchev, “Ferrite Loss Measurement and Models in Half Bridge and Full Bridge Waveforms,” in IEEE 36th Conference on Power Electronics Specialists, 2005., IEEE, pp. 1535–1539. doi: 10.1109/PESC.2005.1581834.
[21] H. Jordan, “Die ferromagnetischen Konstanten für schwache Wechselfelder,” Elektr. Nach. Techn, vol. 1, no. 8, 1924.
[22] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of ferromagnetic hysteresis,” J Magn Magn Mater, vol. 61, no. 1–2, pp. 48–60, Sep. 1986, doi: 10.1016/0304-8853(86)90066-1.
[23] I. D. Mayergoyz and G. Friedman, “Generalized Preisach model of hysteresis,” IEEE Trans Magn, vol. 24, no. 1, pp. 212–217, 1988, doi: 10.1109/20.43892.
[24] G. Bramerdorfer and D. Andessner, “Accurate and Easy-to-Obtain Iron Loss Model for Electric Machine Design,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 64, no. 3, pp. 2530–2537, Mar. 2017, doi: 10.1109/TIE.2016.2583402.
[25] H. Tamás, O. Tamás, “3D nyomtatott toroid tekercs vasveszteségének analízise,” Tudományos és Művészeti Diákköri Konferencia dolgozat, Széchenyi István Egyetem, Győr, 2023.