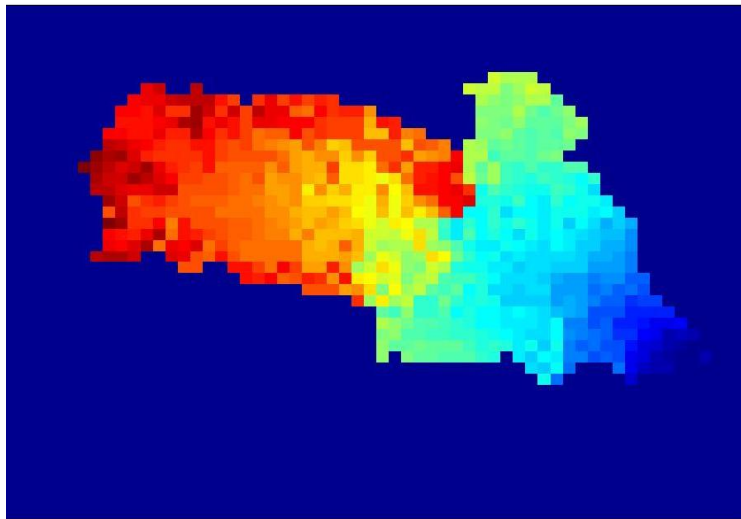


BME Építőmérnöki Kar
TDK Konferencia 2013.

**Diszkrét lineáris kaszkád modell alkalmazása
digitális terepmodellen való lefolyás vizsgálatában**



Készítette: Széles Borbála

Konzulensek:

Dr. Szilágyi József
Dr. Hajnal Géza
Torma Péter

Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék

Bevezetés.....	3
1. Kiindulási terepmodell	4
2. A digitális terepmodellből kivont információk	5
3. Vízyűjtő karakterisztika alapján előállított egységimpulzus válaszfüggvény.....	10
4. Kaszkádok alkalmazása a lefolyás modellezésben	13
4.1. Elméleti alapok.....	13
4.2. A folytonos Kalinin-Milyukov-Nash (KMN) kaszkád	14
4.3. A diszkrét lineáris kaszkád modell (DLCM)	16
4.4. Egységimpulzus válaszfüggvény előállítása digitális terepmodell alkalmazásával.....	19
4.5. Diszkrét lineáris kaszkád modell kalibrációja.....	29
4.6. A modell előnyei, összehasonlítás más modellekkel	33
4.7. A modell lehetséges alkalmazási köre	34
4.8. Fejlesztési lehetőségek	34
Összefoglalás.....	35
Melléklet.....	36
Hivatkozások.....	38

Bevezetés

A diszkrét lineáris kaszkád modell (DLCM, Discrete linear cascade model) jól ismert és széles körben alkalmazott a folyami előrejelzésben.

TDK munkám célja digitális terepmodellen való felszíni lefolyás modellezése, a kifolyási szelvényben kialakuló árhullám számítása a diszkrét lineáris kaszkád modell alkalmazásával. A modell paraméterezése a digitális terepmodellből kivont információk – domborzat egyenetlensége, lefolyási útvonalak hossza, lefolyási útvonalak esésének szórása – felhasználásával történik. Ezen jellemzőket saját kód programozásával állítottam elő.

Dolgozatom második részében, a diszkrét lineáris kaszkád modell elméleti hátterének rövid ismertetését követően, a vízgyűjtő csapadékra adott választ lineárisnak feltételezve, bemutatom az egységnyi ideig tartó, egységnyi mennyiségű lefolyásképző csapadék hatására kialakuló árhullámkép számítását, melyre két eltérő paraméterezési eljárású programot is kifejlesztettem. Az egységimpulzus válaszfüggvényt valós csapadékesemény hatására kialakuló árhullám modellezésében alkalmazom egy konkrét terepmodellen, a Bükkös-patak vízgyűjtőjén. Megfelelő mérési adatok birtokában, a modell térben osztott csapadék figyelembe vételére is alkalmas.

Kaszkád modell alkalmazására ezen a téren még nem volt példa. A hagyományos vízgyűjtő karakterisztika görbe szerkesztésével nyerhető egységimpulzus válaszfüggvény szintén figyelembe veszi a terület domborzatát, azonban az árhullám ellapulásáról nem ad információt. Ezzel az új megközelítéssel nemcsak a vízfolyás bármely szelvényére számítható az egységimpulzus válaszfüggvény, de információ nyerhető az árhullám időbeli eltolódásáról, alakjáról.

A módszer a lefolyáson kívül kiterjeszthető más vizsgálatok elvégzésére is, mint például diffúz vagy pontszerű szennyezések vízfolyáson való levonulásának számítására, területi eloszlására, a terjedés szempontjából kritikus helyek megtalálására.

A gyakran alkalmazott empirikus formulákkal ellentétben, megfelelő minőségű terepmodell birtokában, ez az eljárás rugalmasan kiterjeszthető bármely vízgyűjtőre.

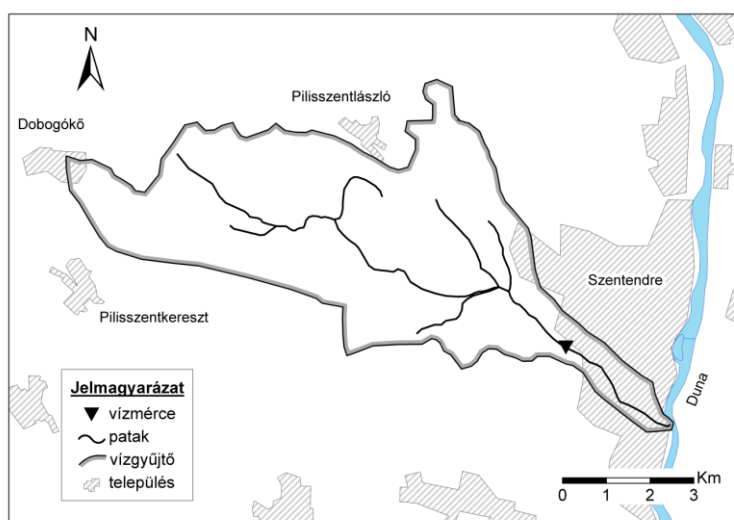
Megjegyzés a jelölésekhez: Skaláris változókat *dőlt* betűkkel, vektorokat és mátrixokat **vastag** betűkkel, vektorok és mátrixok elemét az adott **M** mátrix *ij* elemére való utalással **(M)**_{ij} jelölöm.

1. Kiindulási terepmodell

A lefolyás vizsgálatok elvégzéséhez és az általam írt programok teszteléséhez a korábbi TDK dolgozataimból (Széles 2011, Széles 2012) jól ismert kisvízgyűjtőnek, a Bükkös-patak vízgyűjtőjének digitális terepmodelljét használtam fel.

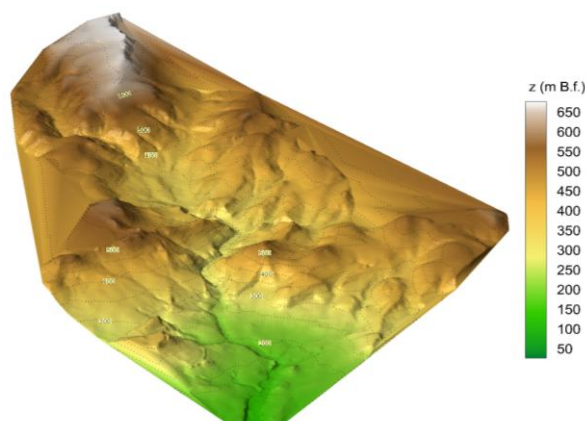
A Bükkös-patak és vízgyűjtőterülete a Duna vízgyűjtőjéhez, a Közép-Duna alegységhez tartozik. A patak Dobogókő déli lejtőin ered, közel 600 méter magasan és 16 km megtétele után Szentendrénél torkollik a Dunába (1. ábra).

A patak teljes vízgyűjtőterülete 39.2 km^2 , melynek nagy része (33 km^2) beépítetlen terület. A vízgyűjtőn a hegytetők jó vízellátásúak, a peremek vízszegény területek, a vízhozamok nagy szélsőségek között ingadoznak. A források vízadó közege a miocénben keletkezett andezit, illetve andezittufa, melyek vízáteresztő képessége gyenge (Széles et al 2012).

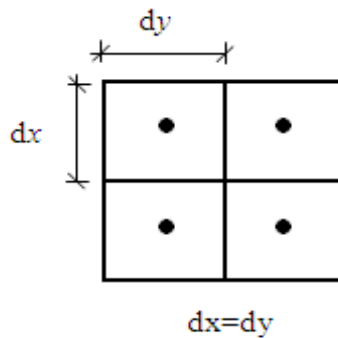


1. ábra: A Bükkös-patak vízgyűjtője

A patak vízgyűjtőjének digitális terepmodelljét 2012-ben készült TDK dolgozatomban állítottam elő. A térség $M=1:10\,000$ méretarányú topográfiai térképének kézi digitalizálásával kapott szintvonalakból generált háromszög rácshálót, TIN modellt (2. ábra) strukturált rácshálóra interpoláltam, melyen a négyzetrács középpontjai tárolják a magassági értékeket (3. ábra).

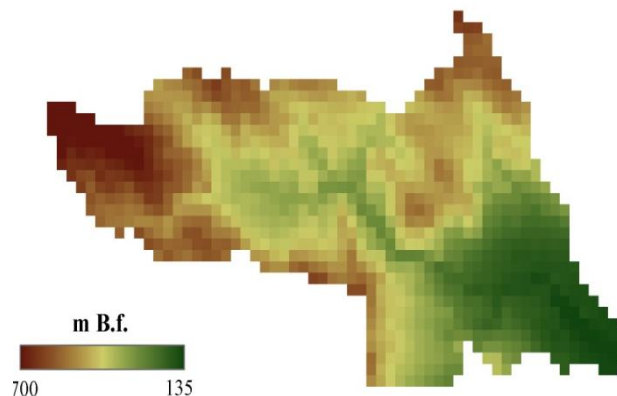


2. ábra: A Bükkös-patak vízgyűjtőjének TIN modellje



3. ábra: Magassági értékek strukturált négyzögrács celláiban való tárolásának elve

A 200 m-es felbontású digitális terepmodell (4. ábra) jelentette a további fejezetekben olvasható hidrológiai vizsgálatok, lefolyás modellezés és a különböző programok megírásához és ellenőrzéséhez szükséges bemeneti adatállományt.



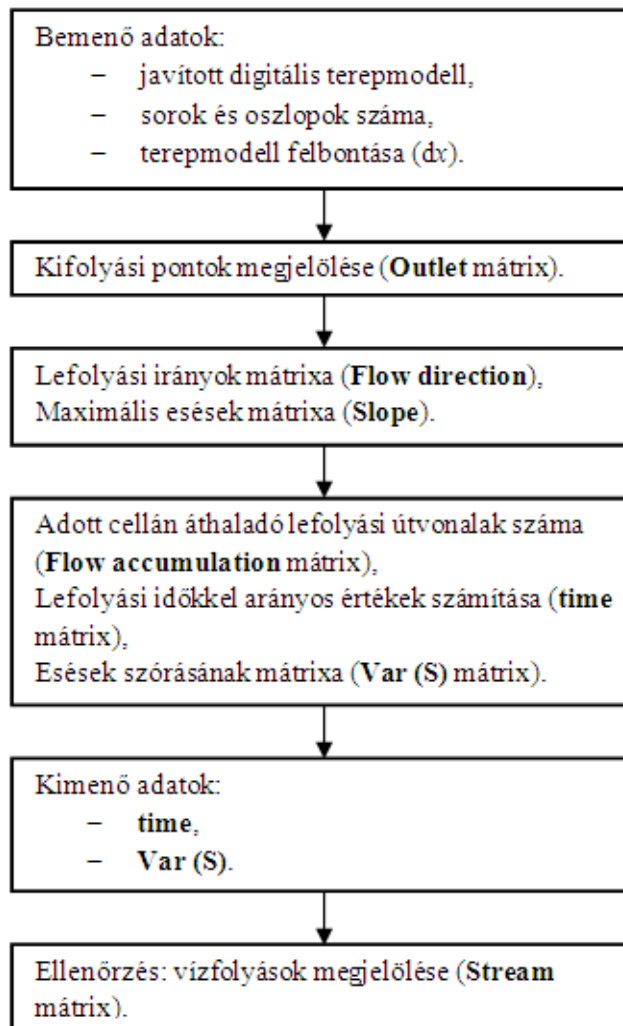
4. ábra: A Bükkös-patak vízgyűjtőjének 200 m-es felbontású digitális terepmodellje

2. A digitális terepmodellből kivont információk

Egy vízgyűjtő hidrológiai jellemvonásainak meghatározásához elsőként a lefolyási útvonalak becslése szükséges. A felszíni lefolyás útvonalait a digitális terepmodell celláinak előre meghatározott lefolyási irányok szerinti, egymás után kapcsolásával állítottam elő. A MATLAB-ban írt program folyamatábráját az 5. ábra szemlélteti.

A programom egy ArcGIS-ben előzetesen javított terepmodellen számol. Mivel a digitális terepmodelleken gyakoriak a felbontásból és a magassági értékek kerekítéséből származó hibák, mint például a kiugróan alacsony cellák, ezeket az *ArcGIS Spatial Analyst* kiegészítő eszköztárában található *Fill* utasítással eltávolítottam. Az eljárás lényege a kisebb, lokális mélyedések feltöltése: amennyiben az adott cellát határoló nyolc másik cella magassága nagyobb az adott celláénál, úgy a program ezeket a felbontásból eredő hibákat feltölti, a legalacsonyabb szomszédos cella magasságára emelve a hibás cella magasságát. A lokális mélypontok feltöltésével párhuzamosan újabb mélyedések alakulhatnak ki a feltöltött területek határán, melyek aztán a következő iterációs ciklusban eltávolításra kerülnek.

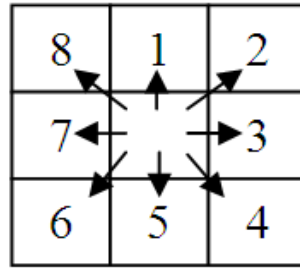
A terepmodell beolvasásán kívül, annak sor-és oszlopszámának, valamint felbontásának (dx) megadása szükséges.



5. ábra: Információk nyérése a digitális terepmodellből - a program folyamatábrája

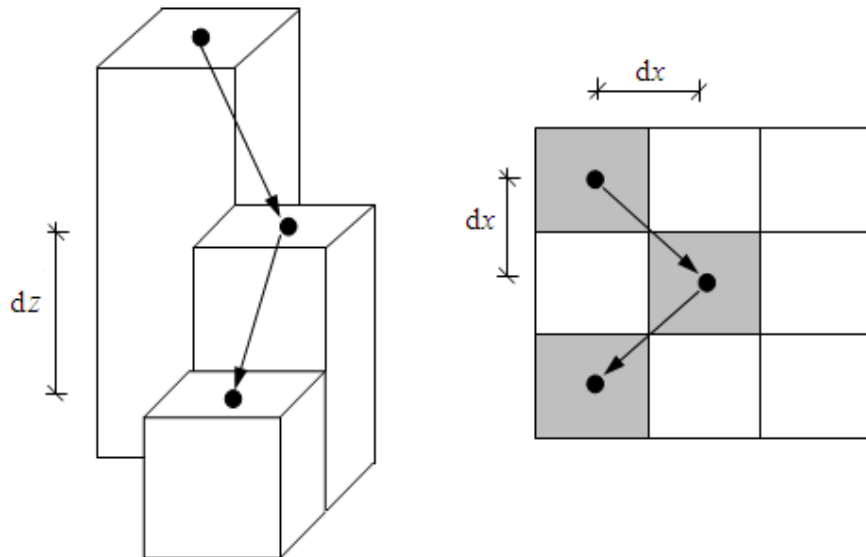
Első lépésben a programom külön mátrixban megjelöli az esetleges kifolyási mélypontok helyét (**Outlet** mátrix). Amennyiben az adott cellát domborzatilag magasabb cellák veszik körül, úgy az megkülönböztető értéket kap. Ez egyben lehetővé teszi a vízgyűjtő későbbiekben történő lehatárolását is.

Második lépésben előállítottam a lefolyási irányok (**Flow direction**) és maximális esések (**Slope**) mátrixát. A lefolyási irányok megállapítására számtalan módszer létezik (Pilesjö és Abdulghani 2013), melyek közül a legegyszerűbbet, O'Callaghan és Mark (1984) által bevezetett D8 algoritmust alkalmaztam (6. ábra). Az elgondolás lényege, hogy bármely cellából a környező cellák közül a magassági értelemben mélyebben elhelyezkedő felé áramlik tovább a víz. Tehát minden egyes cella az 6. ábra nyolc iránya közül a legnagyobb esés irányát reprezentáló értéket veszi fel (**Flow direction** mátrix).



6. ábra: Lefolyási irányok meghatározása (D8)

Eközben külön mátrixban (**Slope**) eltárolásra kerülnek a maximális esések értékei ($\frac{dz}{dx}$ vagy $\frac{dz}{\sqrt{2}dx}$ a 7. ábra alapján). A korábban feltöltött mélyedésekből vagy levágott csúcsokból fakadhat olyan hiba, hogy egymás mellé azonos magasságú cellák kerülnek. Amennyiben ezen irány egyben a lefolyás iránya is, az esés zérus értéket venne fel. A program ezt egy, a vízgyűjtőre jellemző átlagos esés felvételével helyettesíti, hogy a későbbiekben számított lefolyás ne legyen valószínűtlenül lassú.



7. ábra: Lefolyási útvonalak eséseinek számítása

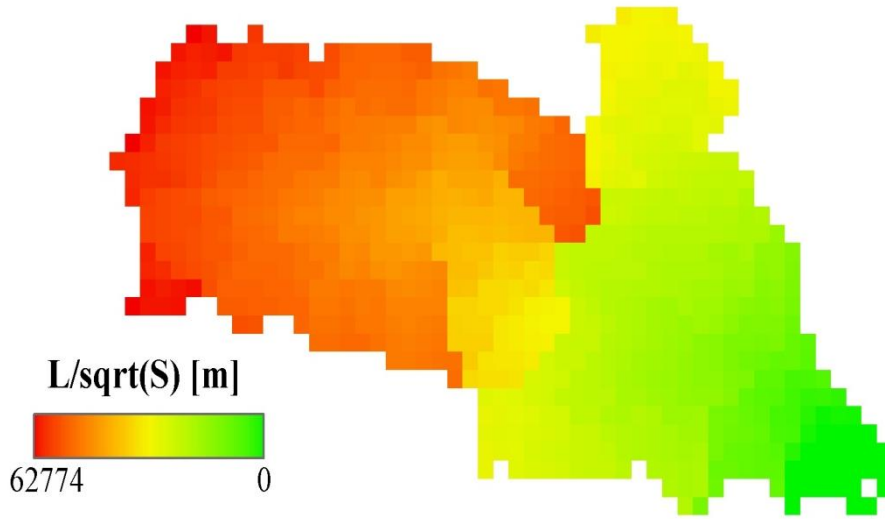
A program magja a lefolyási útvonalak számítása. Ezen lépésben a digitális terepmodell magassági értékkel rendelkező celláiból elindul egy-egy lefolyási út a **Flow direction** mátrix irányai által vezérelve és addig fut, amíg elér egy, az **Outlet** mátrixban jelzett kifolyási pontot. Eközben a **Flow accumulation** mátrix elemei kumulatíván összegezve eltárolják az adott cellát érintő lefolyási útvonalak számát.

A digitális terepmodellből kinyerhető leglényegesebb információkat tartalmazó mátrixok, **time** és **Var (S)** szintén ekkor töltődnek fel. A **time** mátrix elemei a vízgyűjtő különböző celláiból elindított vízcsepp lefolyási idejével arányos értékeket tárolnak, míg a lefolyási útvonalak esésének szórását tartalmazó **Var (S)** mátrix a domborzat egyenetlenségét jellemzi. Ezen mátrixok elemei tehát mindig az adott elemről elindított lefolyási útvonal jellemzőit tartalmazzák.

Ha az adott cellából elindított útvonal utolsó pontja megegyezik a vizsgált vízgyűjtő kifolyási pontjával – mely egyben a vízgyűjtő lehatárolásának feltétele –, a **time** mátrix adott cellának megfelelő eleme a lefolyási időkkal arányos, útvonal mentén összegzett

$$(\mathbf{time})_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}} \quad (1)$$

értéket veszi fel (8. ábra). A fenti képletben $k = 1 \dots N$ a lefolyási út által érintett cellák száma, L_k a két cella közti távolság (dx vagy $\sqrt{2} dx$), S_k a két cella közti esés, azaz a **Slope** mátrix megfelelő eleme.

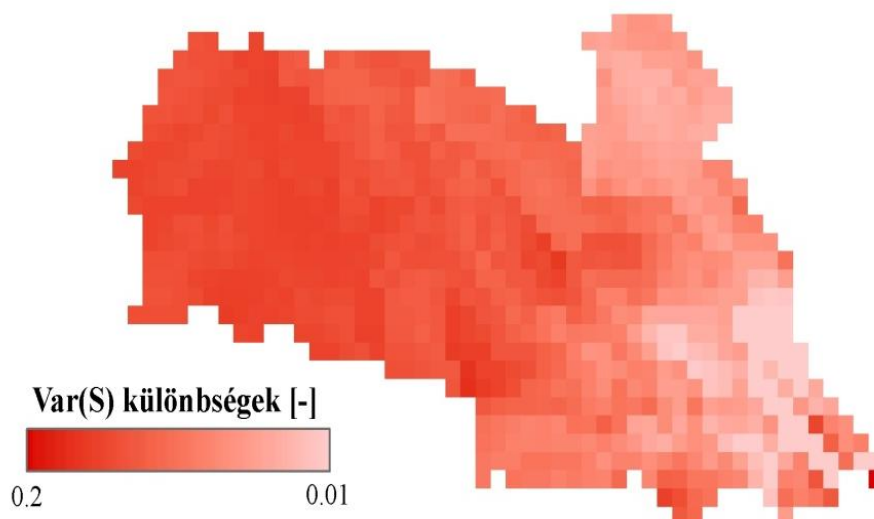


8. ábra: **time** mátrix, Bükkös-patak vízgyűjtője

A vizsgált cellából elindított útvonalhoz tartozó cellák eséseinek szórását a

$$[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (S_k - S_{\text{atl}})^2}{N}} \quad (2)$$

képlet alapján határozom meg, ahol ij a cella azonosítója, S_k két cella közti esés, S_{atl} útvonalanként számított átlagos esés, N a lefolyási út által érintett cellák száma. Fontos megjegyezni, hogy programozás szempontjából egyszerűbb lenne egy, a vízgyűjtő egészére jellemző átlagos eséssel számítani a szórás értékét, mivel az útvonalanként eltérő átlag meghatározása előzetesen a különböző útvonalakhoz tartozó esések eltárolását igényli. Azonban ez az eljárás az eredmények meglehetősen torzulását eredményezi, ha a teljes vízgyűjtőre jellemző átlagos esés jelentősen eltér egy útvonal eséseinek számtani átlagától. Ez a hiba a kifolyási ponthoz közeli, alacsony magasságú cellákból és a hegycsúcsokról elindított útvonalak esetén fordulhat elő. A kétféle módszerrel számítható szórások különbségének rászterét mutatja a 9. ábra. Ezzel tehát egy általánosan alkalmazható programot kaptam, mely akkor is alkalmazható ha az esések szórása nagy.

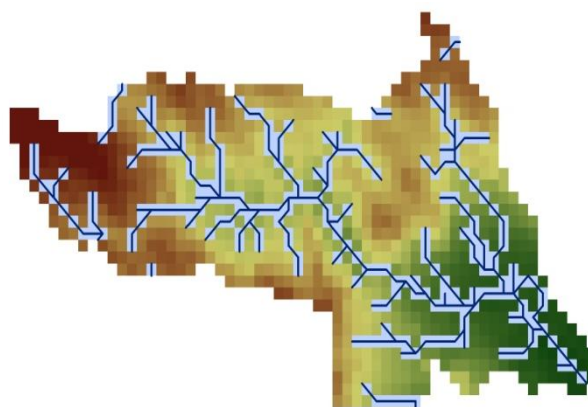


9. ábra: $Var(S)$ mátrixok (vízgyűjtőre vett átlagos eséssel és útvonalanként vett átlagos eséssel számított szórás) különbségének rasztere, Bükkös-patak vízgyűjtője

A fent bemutatott program ellenőrzését ArcGIS segítségével végeztem el. A geoinformatikai szoftver a *Spatial Analyst Hydrology* eszköztárával, a saját programomhoz hasonlóan a D8 algoritmust alkalmazza a lefolyási útvonalak számítására, ugyanakkor a felhasználóbarát környezetben végrehajtható utasítások háttérében futó kódok számomra ismeretlenek voltak. A lefolyási útvonalak által érintett cellákat tartalmazó **Flow Accumulation** mátrixot egy minimális érintési szám feltételének bevezetésével megjelenítettem (10. ábra) és az pontosan megegyezett az ArcGIS-ben meghatározott lefolyási útvonalakkal (11. ábra). Ezzel a térinformatikai számításaim verifikáltnak tekinthetők és a jövőben egy drága kereskedelmi szoftver igénybe vétele nélkül alkalmazhatók.



10. ábra: A program által számított lefolyási útvonalak a Bükkös-patak vízgyűjtőjén



11. ábra: ArcGIS-ben számított lefolyási útvonalak, háttérben a Bükkös-patak vízgyűjtőjének 200 m-es felbontású terepmodelljével

3. Vízgyűjtő karakterisztika alapján előállított egységimpulzus válaszfüggvény

A vízgyűjtő morfológiáját figyelembe vevő vízgyűjtő karakterisztika görbe (*time-area curve*) a felszíni vizek adott kifolyási szelvényben való összegyülekezésének időbeli alakulását jellemzi. Fizikai értelemben ez egy térben és időben egyenletes, állandó intenzitású, végtelen ideig tartó csapadék hatására keletkező lefolyás árhullámképe (Kontur et al 1993).

A digitális terepmodellből kivont, hosszúság dimenziójú (1) értékek arányosak a $(t)_{ij}$ felszíni lefolyási idővel:

$$(t)_{ij} \sim \left(\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}} \right)_{ij} \quad (3)$$

Az arányossági tényező egy maximális időnek, az összegyülekezési időnek (τ) a felvételével határozható meg, mely megmutatja, hogy a vízgyűjtő összegyülekezés szempontjából legtávolabbi pontjáról elindított vízrészecske, a felszínen lefolyva, mennyi idő alatt ér a kifolyási szelvénybe. Ez az érték leginkább csak becsülhető. Számos empirikus formula létezik a lefolyási idő meghatározására, melyek közül a

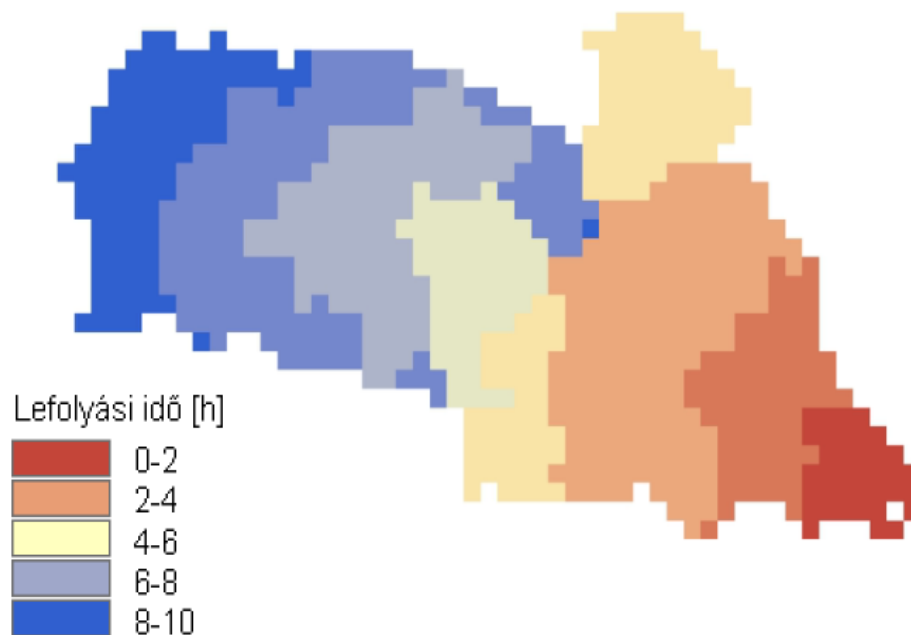
$$t = c_1 \left(\frac{L}{\sqrt{S}} \right)^{c_2} \quad (4)$$

képletet használtam, ahol t [h] a lefolyási idő, L [km] a lefolyási pálya hossza, h [m] a lefolyási pálya eleje és vége közti magasságkülönbség, c_1 és c_2 hidraulikai paraméterek, amelyek a lefolyás körülményeit, a pálya érdességét veszik figyelembe (Kontur et al 1993). Természetes terep esetén az összegyülekezési idő 6 és 25 óra közötti értéknek adódott, a további számításokhoz $\tau=10$ órát választottam.

A digitális terepmodell adott cellájának t_{ij} felszíni lefolyási ideje egyenesen arányos az összegyülekezési idővel:

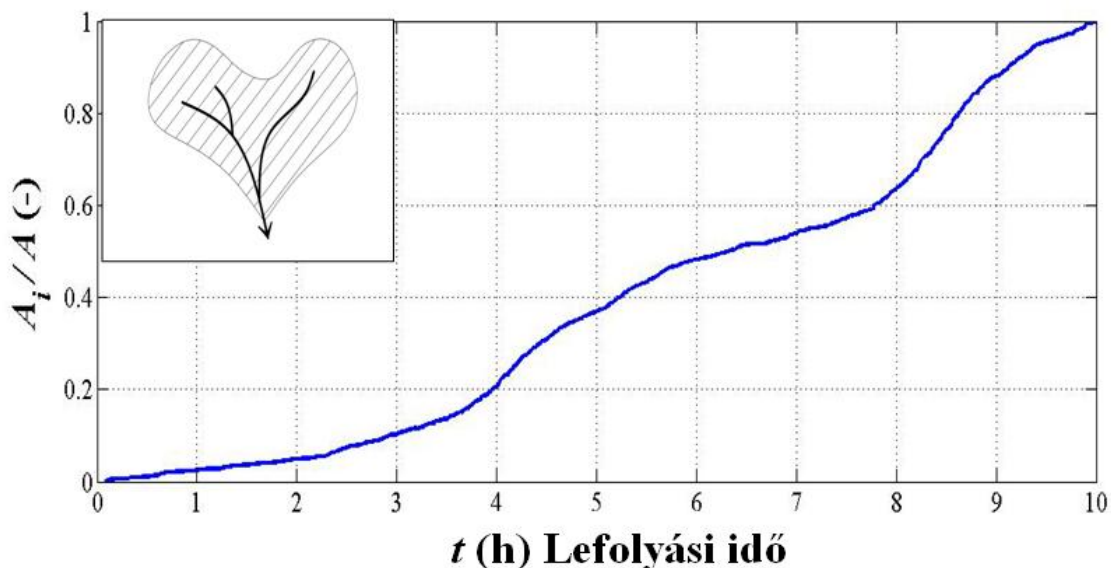
$$(t)_{ij} = \tau \frac{\left(\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}} \right)_{ij}}{\left(\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}} \right)_{max}} \quad (5)$$

Az így meghatározott lefolyási idők térképét a 12. ábra szemlélteti. Izokron, azaz egyidejű lefolyásvonalak azok a vonalak, amelyekről a vízrészecskék a kifolyási szelvénybe azonos idő alatt érkeznek le (Kontur et al 1993). Az azonos lefolyási idő intervallummal rendelkező területek a 12. ábrán jól elkülönülnek.



12. ábra: Egyidejű felszíni lefolyási idővel rendelkező területek, Bükkös-patak vízgyűjtője

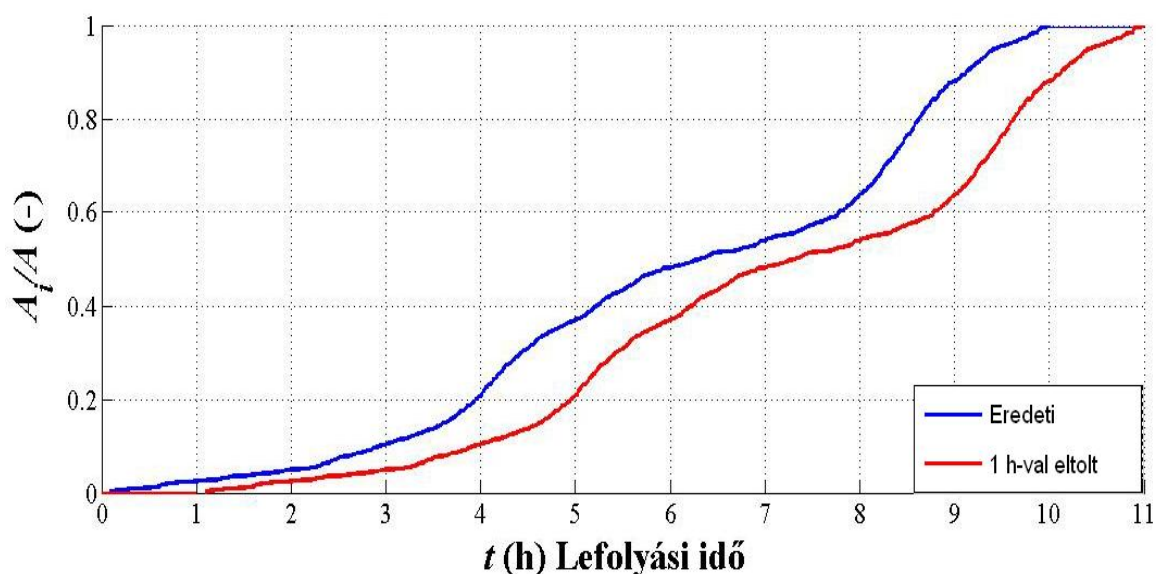
Minden egyes, diszkrét $(t)_{ij}$ lefolyási időnek megfelelően újabb és újabb 200 x 200 m-es cella, azaz vízgyűjtő területrész kapcsolódik be a kifolyási szelvényben megjelenő lefolyásba. A $(t)_{ij}$ lefolyási időket a lefolyásba bekapcsolódó, folyamatosan összegzett cellaterületekhez rendelve kapható a vízgyűjtő karakterisztika görbe. A 13. ábra görbéje megmutatja, hogy a vízgyűjtőnek hányad része (A_i/A) kapcsolódott t időpontig a vízszállításba. A Bükkös-patak vízgyűjtő karakterisztikája nem a jól ismert „S” alakú görbe, mely azzal magyarázható, hogy a patak vízgyűjtője két nagyobb részvízgyűjtőből tevődik össze, emiatt a vízgyűjtő karakterisztika a különálló részek vízgyűjtő karakterisztikájának szuperpozíciájából áll elő.



13. ábra: Bükkös-patak vízgyűjtő karakterisztika görbéje, a kis ábrán a patak sematikus, tipikusan két különálló részre bontható vízgyűjtője

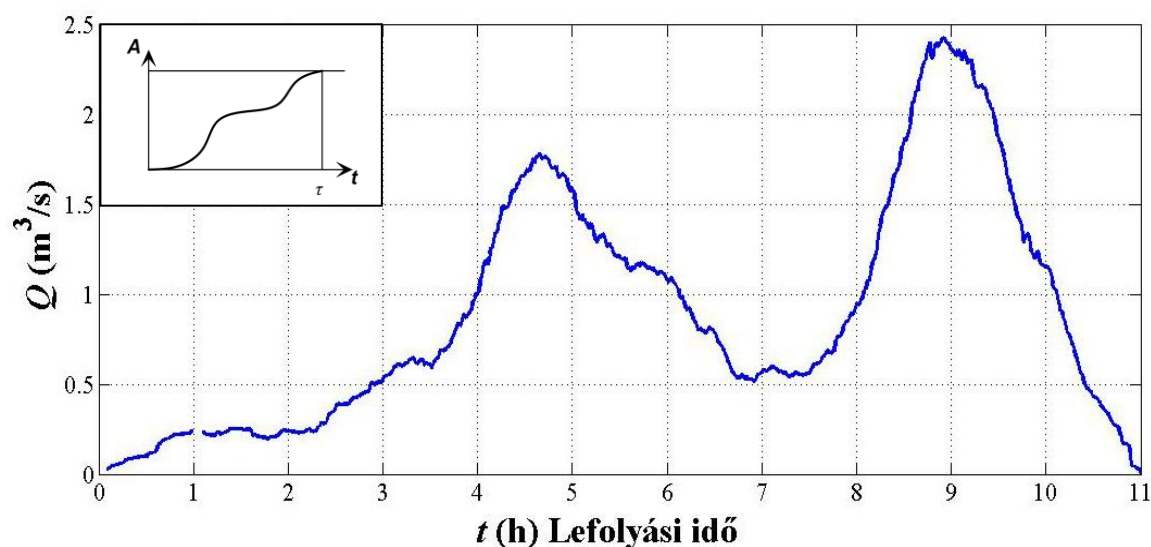
A vízgyűjtő karakterisztika görbe felhasználásával és $T=1h$ ideig tartó, $1 \frac{mm}{h}$ intenzitású, térben egyenletes, lefolyásképző ($\alpha=1$) csapadék feltételezésével előállítható a lefolyási

árhullámkép. Az egy órán át tartó csapadék megszűnésével az egyes területek fokozatosan kilépnek a vízutánpótlásból, így a vízgyűjtő karakterisztika görbét egy órával el kell csúsztatni (14. ábra).



14. ábra: A Bükkös-patak eredeti (kék) és egy órával eltol (piros) vízgyűjtő karakterisztika görbéje

Az eredeti és az eltol függvény különbségét képezve és a dimenziókat egyeztetve nyerhető a $t=0$ időpillanatban kezdődő és $t=1$ óránál végződő négyzetű impulzusú csapadék hatására kialakuló árhullámkép (15. ábra). A vízgyűjtő karakterisztika görbe alakjából következik a számított árhullám kétszeri tetőzése, mely szintén arra enged következtetni, hogy először egy közelebbi, majd egy távolabbi, jól elkülöníthető részvízgyűjtő kapcsolódik be a lefolyásba.



15. ábra: Vízgyűjtő karakterisztika görbék különbsége, a kis ábra a patakra jellemző vízgyűjtő karakterisztika görbét mutatja

A felszíni lefolyás további vizsgálatát, a digitális terepmodellen eddigiekben még nem alkalmazott diszkrét lineáris kaszkád modell bevonását a felszíni lefolyás számításába motiválta a fent leírt érdekesség. A következő fejezetben, az elméleti áttekintést követően, az egységimpulzus válaszfüggvény kaszkádok alkalmazásával történő számítását is bemutatom.

4. Kaszkádok alkalmazása a lefolyás modellezésben

4.1. Elméleti alapok

Természetes mederbeli, fokozatosan változó, nyíltfelszínű áramlás a Saint-Venant egyenletekkel jellemezhető, azon feltételezésekkel, hogy az áramlás egydimenziós és leírható a teljes modellezett folyószakasz vízszintjének és vízhozamának időbeli változásával.

A nempermanens vízmozgás matematikai leírása a térfogat- és az energia-megmaradás elvén alapszik. Az előzőből az áramlás folytonossági egyenlete (6), az utóbbiból a dinamikai egyenlete (7) vezethető le (Torma 2008). Általánosan felírva a Saint-Venant egyenleteket (Cunge et al 1980):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial l} = 0 \quad \text{ha } q = 0 \quad (6)$$

$$S_F = S_0 - \underbrace{\frac{\partial z}{\partial l}}_{\text{permanens vízmozgás}} - \underbrace{\frac{1}{g} \frac{Q}{A} \frac{\partial \left(\frac{Q}{A}\right)}{\partial l}}_{\text{fokozatosan változó, permanens vízmozgás}} - \frac{1}{g} \frac{\partial \left(\frac{Q}{A}\right)}{\partial t} \quad (7)$$

fokozatosan változó, nempermanens nyíltfelszínű vízmozgás

ahol t az idő, l a hosszirányú koordináta, z a vízmélység, A a nedvesített keresztterület, Q a vízhozam, q a hossz menti hozzáfolyás, g a nehézségi gyorsulás, S_0 a mederesés, $S_F = n^2 Q^2 A^{-2} R^{-\frac{4}{3}}$ a Manning-Strickler súrlódási veszteség, n a Manning-féle súrlódási együttható, R a hidraulikus sugár.

A szabad felszínű áramlást leíró fizikai alapú megközelítések a Saint-Venant egyenletek különböző, egyszerűsített változatait alkalmazzák. A diffúziós hullámegyenlet a dinamikus hullámegyenlet tehetetlenségi tagjának elhagyásával, míg a kinematikai hullámegyenlet további, a vízmélység változásának elhanyagolásával ($S_F = S_0$) állítható elő. A teljes, dinamikus hullámegyenlet a fentiekén kívül, a geometria és az érdességi együttható pontos ismeretét igényli (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).

A legismertebb, konstans hullámterjedési sebességet feltételező lefolyás modellek levezethetők a kinematikus hullámegyenletből, azonban az általuk alkalmazott diszkretizálási sémák és a tározási egyenlet függvénykapcsolatai eltérőek. A fokozatosan változó, nempermanens nyílt felszínű áramlásokat leíró Saint-Venant egyenletek rendszere osztott paraméterű rendszert ír le, amelynek függő változója folytonos függvénye a távolságnak és időnek. A gyakorlatban az adatok csak bizonyos szelvényekben állnak rendelkezésre, amely szükségesen maga után vonja a parciális differenciál egyenletek közösleges differenciál vagy algebrai egyenletekké alakítását és térben koncentrált paraméterű rendszerek létrehozását, ahol a függő változó csak az idő folyamatos függvénye. Ezek alapján a folytonossági egyenlet (6) hossz menti integráljából kapható a tározás alapegyenlete:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Q_1(t) - Q_2(t) \quad (8)$$

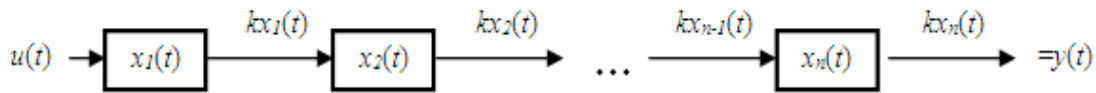
ahol Q_1 és Q_2 az adott szakaszra be-és kifolyó vízhozam, x a tározott vízmennyiség térfogata. A dinamikai egyenlet összevont paraméterű alakjának deriválása már nem ilyen egyszerű, a következő összefüggéssel közelíthető (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010):

$$x(t) = f[Q_1(t), Q_2(t)] \quad (9)$$

4.2. A folytonos Kalinin-Milyukov-Nash (KMN) kaszkád

A Kalinin és Milyukov (1957) és Nash (1957) által kidolgozott koncepció alapja, hogy az adott, hozzáfolyásoktól mentes folyószakasz karakterisztikus szakaszokra bontható. A lineáris, idő-invariáns, folytonos KMN kaszkád elvi váza, a sorba kapcsolt elemi tározókkal a 15. ábrán látható. Egy elemi tározó kimenete a következő tározó bemenete, míg az utolsó elem kimenete megegyezik az egész rendszer kimenetével. Ahogy a 16. ábra is mutatja, a folytonos kaszkád modell két paraméterrel jellemezhető:

- n : karakterisztikus szakaszok darabszáma, egész szám, mely kiterjeszthető nem egész értékekre (Szilágyi 2005),
- k : átlagos tartózkodási idő reciproka az adott karakterisztikus szakaszon.



16. ábra: Folytonos KMN kaszkád felépítése

A karakterisztikus szakaszokból kifolyó vízmennyiség (Q_2) lineáris függvénye a tározott vízmennyiségnek (x):

$$Q_2(t) = kx(t) \quad (10)$$

Adott karakterisztikus szakaszra a következő közönséges, lineáris, konstans együtthatós differenciálegyenlet írható fel:

$$\frac{1}{k} \frac{dQ_2(t)}{dt} + Q_2(t) = Q_1(t) \quad (11)$$

A (11) egyenlet $Q_2(t)$ -re vonatkozó megoldása $Q_1(t)$ impulzus-válaszfüggvénnyel történő konvolúciójával számítható (Szöllősi-Nagy 1979). Az n darab sorba kapcsolt karakterisztikus szakaszra vonatkozó $h(t)$ impulzus-válaszfüggvény egy Dirac-delta függvény alakú bemenetre adott válasz:

$$h(t) = k(kt)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} e^{-kt} \quad 0 \leq t \quad (12)$$

A folytonos Kalinin-Milyukov-Nash kaszkád állapotterez leírását Szöllősi-Nagy (1976, 1981) adta meg:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{u}(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}(t) \quad (14)$$

ahol $\mathbf{u}$ a bemenet, $\mathbf{y}$ a kimenet, $\mathbf{x}$ az állapotváltozó, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{H}$ rendre az ezeket jellemző mátrixok. Az $\mathbf{x}$ állapotváltozó olyan matematikai objektum, mely egy dinamikus rendszer be- és kimenete között teremt kapcsolatot és a legtöbb esetben fizikai jelentéssel bír (például tárolt vízmennyiség lehet). Ez utóbbi jellemző azonban nem szükséges feltétel a megközelítés általános elveinek alkalmazásához. A (13) állapotegyenlet és a (14) algebrai kimeneti egyenlet együttesen egy lineáris, időinvariáns dinamikus rendszert írnak le, melyet a konstans $\Sigma=(\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H})$ mátrixhármas egyértelműen meghatároz. A (13) és (14) egyenletek mátrix jelöléseit kifejtve, n sorba kapcsolt elemi tározóra a következő folytonossági (15), illetve kimeneti (16) egyenlet írható fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k & & & & 0 \\ k & -k & & & \\ & k & -k & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (15)$$

$$y(t) = [0, 0, \dots, k] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

mely szerint $\mathbf{F}$ $n \times n$ méretű Toeplitz sávmátrix, $\mathbf{G}$ $n \times 1$ méretű bemeneti oszlopvektor, $\mathbf{H}$ $1 \times n$ kimeneti sorvektor.

A lineáris kinematikus hullámegyenlet hossz menti differenciálhányadosát retardált sémával közelítve, a kapott térben diszkrét, időben folytonos kinematikus hullám ekvivalens a folytonos KMN kaszkád modellel, melynek jellemzőit ($h(t)$ impulzus válaszfüggvény és $h(t)$ tulajdonságai) az 1. táblázat első oszlopa tartalmazza. A KMN kaszkád modellre jellemző a folytonosság, egyensúlyi állapot és tranzitivitás (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).

1. táblázat: A folytonos KMN kaszkád és a diszkrét lineáris kaszkád modell jellemzői

KMN	DLCM
$h(t) = k \frac{(tk)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-tk}$	$h_{i\Delta t} = e^{-(i-1)\Delta tk} \left[\sum_{j=1}^n \frac{[(i-1)\Delta tk]^{n-j}}{(n-j)!} \left(1 - e^{-\Delta tk} \sum_{m=0}^{j-1} \frac{(\Delta tk)^m}{m!} \right) \right]$
$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau = 1$	$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N h_{i\Delta t} = 1$
$\lim_{\tau \rightarrow \infty} h(\tau) = 0$	$\lim_{i \rightarrow \infty} h_i(\Delta t) = 0$
$h(\tau) \geq 0$	$h_i(\Delta t) \geq 0$

4.3. A diszkrét lineáris kaszkád modell (DLCM)

A gyakorlatban folytonos modellek, melyek körébe tartozik az előző fejezetben bemutatott Kalinin-Milyukov-Nash kaszkád is, optimálisan nem alkalmazhatók, mivel az adatok rendszerint diszkrét időpillanatokban állnak rendelkezésre és a különböző modellek digitális számítógépeken futnak. Ez a két tényező alapvetően korlátozza a folytonos modellek alkalmazhatóságát (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).

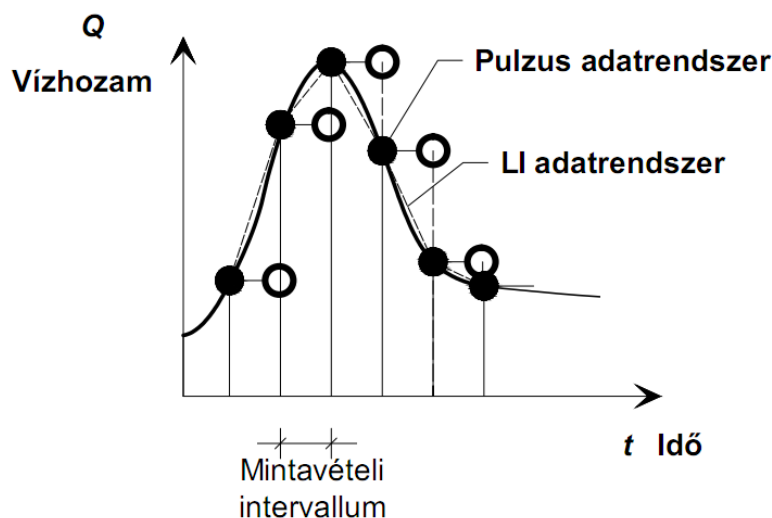
A diszkrét lineáris kaszkád modell ma is széles körben alkalmazott a folyami előrejelzésben, az Országos Vízügyi Szolgálat operatív lefolyás előrejelző tevékenységének eszköze. A DLCM több okból is kiemelkedik a többi lefolyás előrejelző modellek közül (Szilágyi 2005):

- ekvivalens a térben diszkrét kinematikus hullámegyenlet diszkrét alakjával (Szöllősi-Nagy 1989),
- időben diszkrét,
- ha az időben folytonos modell folytonos bemenete diszkrét időpillanatokban megegyezik a diszkrét modell diszkrét bemenetével, úgy diszkrét időpontokban a két modell kimenete azonos,
- jellemző rá a feltétel nélküli numerikus stabilitás, az állapotteret leírás állapot átmeneti és bemeneti mátrixai explicit formában megadhatók,
- állapotteret leírásának köszönhetően lineáris szűrők, mint amilyen a Kálmán-szűrő, közvetlenül alkalmazhatók,
- segítségével egy kimeneti adatsorhoz tartozó bemeneti adatsor megtalálásának inverz problémája egyszerű algebrai átalakítással megoldható.

A folytonos jel két mintavételezési időpont közötti viselkedése szerint az időbeli diszkrétizáció két legegyszerűbb típusa (17. ábra):

- (a) pulzus adatrendszer: ha a jel két egymást követő mintavételezési időpont között konstans,

- (b) lineáris interpolációs (LI) adatrendszer: a jel két egymást követő mintavételezési időpont között lineárisan változik, mely az (a) eset általánosításának is tekinthető (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).



17. ábra: A folytonos jel időbeli diszkretizációjának két reprezentációja: pulzus és LI adatrendszer

A gyakorlatban az (a) eset hagyományos megközelítése terjedt el és a továbbiakban ezen leírásmódot alkalmazom.

Amennyiben $\mathbf{x}(t)$ ismert t időpillanatban és $\mathbf{u}(t)$ balról nyitott jobbról zárt $[t, t+\Delta t)$ időintervallumban konstans, a (17) állapotegyenlet diszkrét formájának megoldása:

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{\Phi}(\Delta t)\mathbf{x}_t + \mathbf{\Gamma}(\Delta t)\mathbf{u}_t \quad (17)$$

ahol $\mathbf{\Phi}(\Delta t)$ $n \times n$ méretű állapot átmeneti mátrix:

$$\mathbf{\Phi}(\Delta t) = \begin{bmatrix} e^{-\Delta tk} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \Delta tk e^{-\Delta tk} & e^{-\Delta tk} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{(\Delta tk)^2}{2!} e^{-\Delta tk} & \Delta tk e^{-\Delta tk} & e^{-\Delta tk} & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \frac{(\Delta tk)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\Delta tk} & \frac{(\Delta tk)^{n-2}}{(n-2)!} e^{-\Delta tk} & \dots & \Delta tk e^{-\Delta tk} & e^{-\Delta tk} \end{bmatrix} \quad (18)$$

és $\Gamma(\Delta t)$ a bemenet átmeneti vektora:

$$\Gamma(\Delta t) = \begin{bmatrix} (1 - e^{-\Delta tk})/k \\ [1 - e^{-\Delta tk}(1 + \Delta tk)]/k \\ \left[1 - e^{-\Delta tk} \left(1 + \Delta tk + \frac{(\Delta tk)^2}{2}\right)\right]/k \\ \vdots \\ \left(1 - e^{-\Delta tk} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(\Delta tk)^j}{j!}\right)/k \end{bmatrix} \quad (19)$$

A diszkrét kimeneti egyenlet, mivel egyszerű algebrai egyenlet, megegyezik a folytonos esettel:

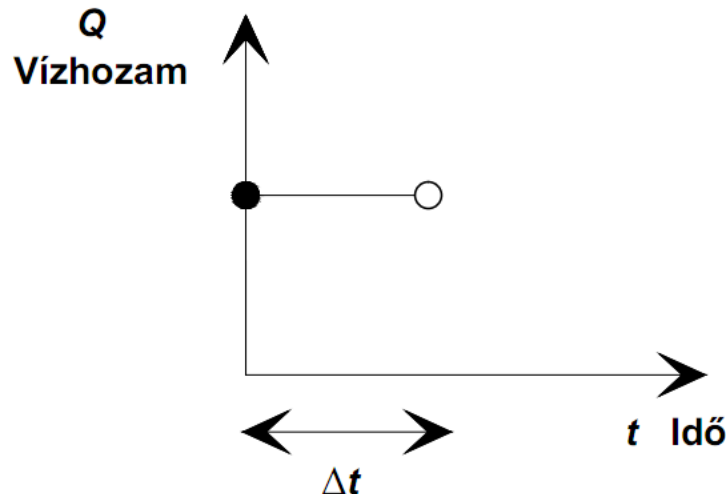
$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t \quad (20)$$

A diszkrét modellt tehát egyértelműen meghatározza a $\Sigma_{DLCM} = (\Phi, \Gamma, \mathbf{H})$ mátrixhármas (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).

A rendszert jellemző mátrixok és függvények a rendszer bemenetét kapcsolják össze a kimenettel. Ilyen karakterisztikus függvény az impulzus válasz, mely a fent leírtak szerint egy Dirac-delta alakú bemeneti függvényre adott kimeneti válaszfüggvény. Diszkrét időpontokban a Dirac-delta függvény egység impulzusok sorozata:

$$\begin{aligned} \delta_{i\Delta t} &= 1, \quad i = 0 \\ &= 0, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (21)$$

Az $u_p(t)$ egység impulzus függvényt a 18. ábra ábrázolja.



18. ábra: $u_p(t)$ egység impulzus függvény a pulzus adatrendszerben

Egy diszkrét, lineáris, időinvariáns rendszer egység impulzus válaszfüggvénye, ha a rendszer kezdetben nyugalmi állapotú ($\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$), a következőképpen áll elő:

$$h_{i\Delta t} = \mathbf{H}\Phi^{i-1}(\Delta t)\Gamma(\Delta t), \quad i \geq 1 \quad (22)$$

A $h(t)$ impulzus válaszfüggvény kifejtett alakját és tulajdonságait az 1. táblázat második oszlopa tartalmazza (Szilágyi és Szöllősi-Nagy 2010).

4.4. Egységimpulzus válaszfüggvény előállítása digitális terepmodell alkalmazásával

Digitális terepmodelleken történő lefolyás-vizsgálatban az eddigiekben még nem alkalmaztak kaszkádokat. Az elképzelés feltételezi, hogy a vízgyűjtő csapadékválasza lineáris és lényege, hogy a lefolyási útvonalakra sorba kapcsolt kaszkádok illeszthetők. Tehát a digitális terepmodell vízgyűjtőhöz tartozó, minden egyes ij cellájából egy-egy lefolyási útvonal indítható el a kifolyási szelvény irányába, melyeket kaszkádok reprezentálnak. Ebből kifolyólag, az irodalomban és az árvízi előrejelzésben megszokottaktól eltérően nem egy vagy kettő, hanem a vízgyűjtőhöz tartozó cellák darabszámával megegyező számú lineárisan kapcsolt tározórendszerrel beszélhetünk. Ez a következőkben olvasható számítások jelöléseit és műveleteit annyiban bonyolítja, hogy sok helyen a skalár paraméterek és rendszermátrixok mátrixokban írhatók le, a digitális terepmodell celláinak megfelelően.

A diszkrét kaszkád modell két paraméter megadását igényli, a folytonos modellhez hasonlóan: a sorba kapcsolt tározók n darabszámát és a késleltetési idő k reciprokát. Ezen két szabad paraméter két egyenletről (23, 24) kifejezhető. Minden egyes ij kaszkádra igaz, hogy a $(\mathbf{t}_m)_{ij}$ súlypont

$$(\mathbf{t}_m)_{ij} = \frac{(\mathbf{n})_{ij}}{(\mathbf{k})_{ij}} \quad (23)$$

formában, a $(\mathbf{t}_s)_{ij}$ második centrális momentum, azaz szórás pedig

$$(\mathbf{t}_s)_{ij} = \frac{(\mathbf{n})_{ij}}{[(\mathbf{k})_{ij}]^2} \quad (24)$$

alakban számítható.

$\mathbf{t}_m$ és $\mathbf{t}_s$ a digitális terepmodellből kivont információk felhasználásával becsülhető. A kaszkádok $(\mathbf{t}_m)_{ij}$ súlypontja (23) arányos a 2. fejezetben számított $(\mathbf{time})_{ij}$ értékekkel (1):

$$(\mathbf{t}_m)_{ij} \sim \left(\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}} \right)_{ij} \quad (25)$$

ahol L_k adott lefolyási útvonalhoz tartozó két cella középpontja közti távolság, S_k ezen cellák közti esés, míg a kaszkádok $(\mathbf{t}_s)_{ij}$ szórása a következőképpen közelíthető:

$$(\mathbf{t}_s)_{ij} \sim [(\mathbf{t}_m)_{ij}]^2 (\mathbf{Var}(\mathbf{S}))_{ij} \quad (26)$$

ahol $(\mathbf{Var}(\mathbf{S}))_{ij}$ a (2) képlet alapján számított, adott cellából elindított lefolyási útvonalra vonatkozó esések szórása. A fenti egyenleteket (23, 24) közelítő arányosságok (25, 26) két szabad, a vízgyűjtő egészére jellemző paraméter előírását igénylik, melyek konkrét árhullám esetén kalibrálhatók. A Bükkös-patak vízgyűjtőjének egységimpulzus-válaszfüggvényét két eltérő számítási eljárással is előállítottam. A megoldók a vízgyűjtő egészére jellemző két szabad paraméter eltérő megválasztásából kifolyólag különbözőek, azonban a köztük lévő kapcsolat levezethető (**Melléklet**):

- (a) A vízgyűjtő legtávolabbi pontjából induló lefolyási útvonalra jellemző n_{max} és $t_{m,max}$ előírása (20. ábra)

A program bemenő adatként a 2. fejezetben számított **time** és **Var (S)** mátrixot igényli. A kaszkádok súlypontjainak $\mathbf{t}_m^0$ kezdeti értéke megegyezik a **time** mátrix $\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{s_k}}$ elemeivel, $\mathbf{t}_s^0$ szórások a program elején az $\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{s_k}}$ értékek négyzetének az útvonalra jellemző esések szórásával vett szorzatát veszik fel:

$$(\mathbf{t}_s^0)_{ij} = (\mathbf{t}_m^0)_{ij}^2 [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij} \quad (27)$$

$\mathbf{t}_m^0$ mátrix maximális eleme $MAX_t_m^0$, $\mathbf{t}_s^0$ mátrix maximális eleme $MAX_t_s^0$. Ezután következik a vízgyűjtő lefolyás szempontjából legtávolabbi pontjából induló lefolyási útvonalra jellemző n_{max} (sorba kapcsolt tározók darabszáma) és $t_{m,max}$ (a leghosszabb útvonalra illesztett kaszkád súlypontja) szabad paraméterek megválasztása. E két szabad paraméterből származtatható k_{max} :

$$k_{max} = \frac{n_{max}}{t_{m,max}} \quad (28)$$

mely ugyanezen útvonalon a tározók közti késleltetési idő reciproka, valamint a $t_{s,max}$

$$t_{s,max} = \frac{n_{max}}{k_{max}^2} \quad (29)$$

második centrális momentum.

A többi útvonal paramétereinek a fenti maximális paraméterekkel arányosnak kell lenniük, ebből következően a program $\mathbf{t}_m^0$ és $\mathbf{t}_s^0$ kezdeti értékeket újradefiniálja a választott paraméterek függvényében (30,31):

$$\mathbf{t}_m = t_{m,max} \frac{\mathbf{t}_m^0}{MAX_t_m} \quad (30)$$

$$\mathbf{t}_s = t_{s,max} \frac{\mathbf{t}_s^0}{MAX_t_s} \quad (31)$$

A számítás magja az impulzus válaszfüggvények meghatározása. Az időlépés egységnyi

$$dt = 1 \quad (32)$$

melyből az is következik, hogy az egység impulzus válaszfüggvények görbéje alatti terület külön-külön egységnyi. A lefolyási útvonalak paraméterei a következőképpen határozom meg:

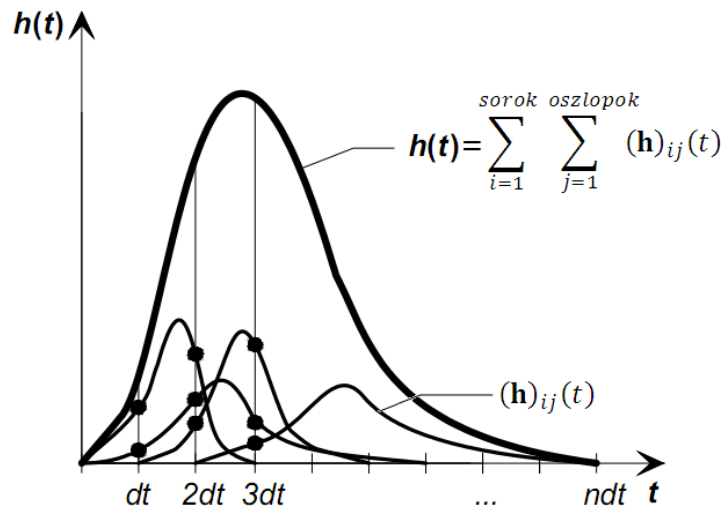
$$(\mathbf{k})_{ij} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_s)_{ij}} \quad (33)$$

és

$$(\mathbf{n})_{ij} = \max \left\{ \text{round} \left[\frac{1}{(\mathbf{k})_{ij} (\mathbf{t}_m)_{ij}} \right] \right\} \quad (34)$$

A tározók $(\mathbf{n})_{ij}$ darabszámánál az egészre kerekítés azért szükséges, mert a diszkrét lineáris kaszkád modell általam alkalmazott változata csak egész n értékekkel képes számolni. Ha a paraméterek becslése egynél kisebb értékeket eredményez, nulla helyett a program értelemeszerűen egy egész értékkel számol.

Minden ij lefolyási útvonalra jellemző $\mathbf{H}$ (16), Φ (18), Γ (19) rendszermátrixok meghatározását követően, a program előállítja a $h(t)$ impulzus válaszfüggvényeket a (22) egyenlet alapján. Ezután következik az egyes lefolyási útvonalakhoz tartozó $h(t)$ impulzus válaszfüggvények ordinátáinak összegzése dt időlépésenként a 19. ábra elve alapján, melyen a sor-oszlop elnevezés a lefolyási útvonal azonosítójának felel meg a mátrixos tárolásból adódóan.



19. ábra: Különböző lefolyási útvonalakhoz tartozó egység impulzus válaszfüggvények ordinátáinak összegzési elve

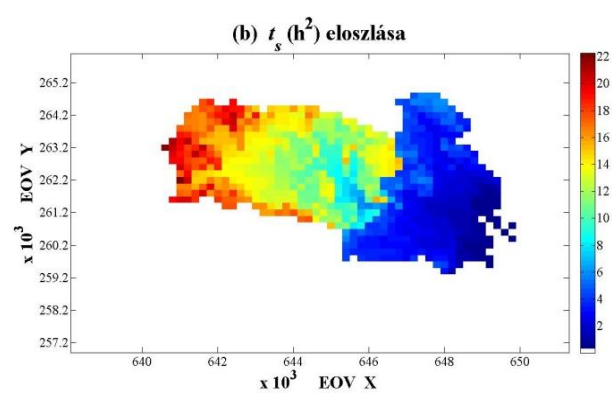
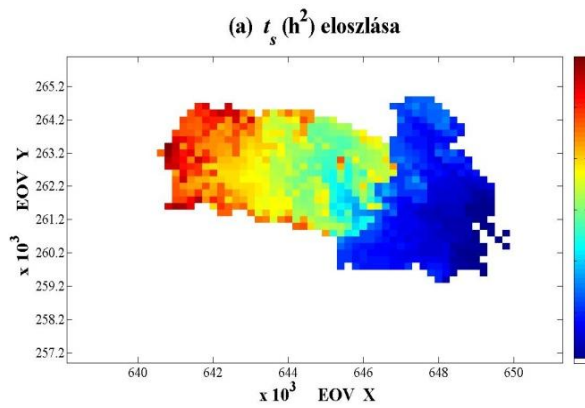
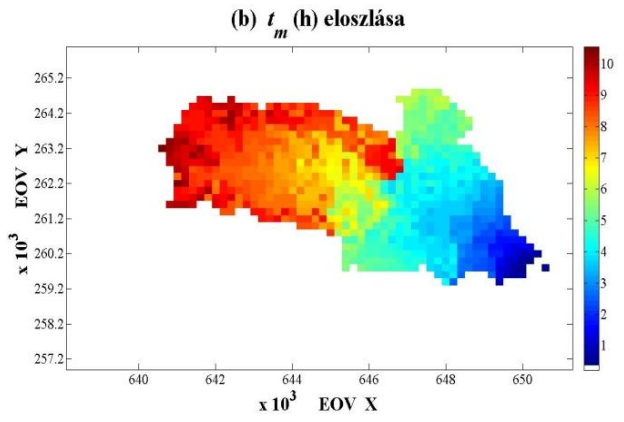
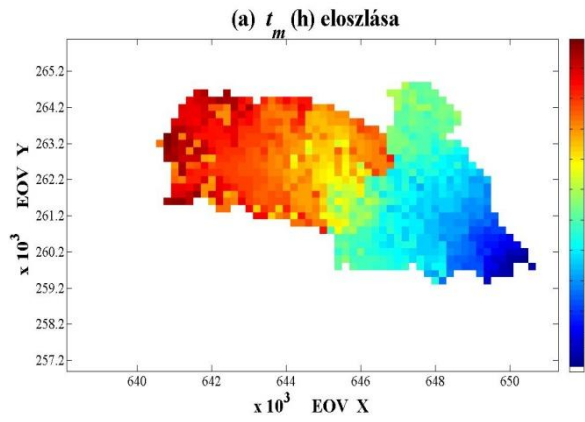
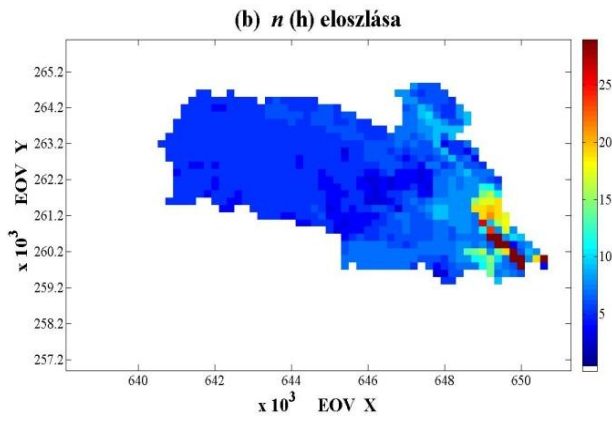
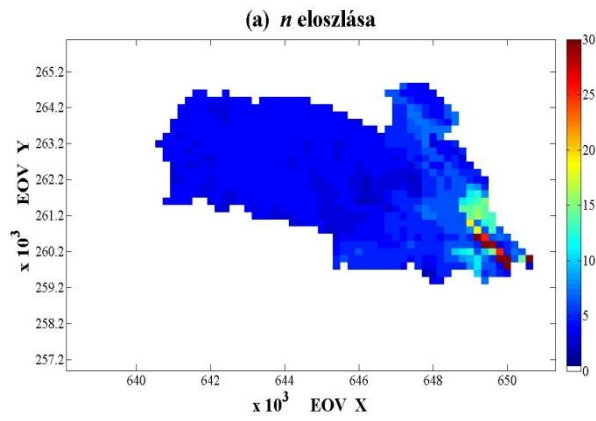
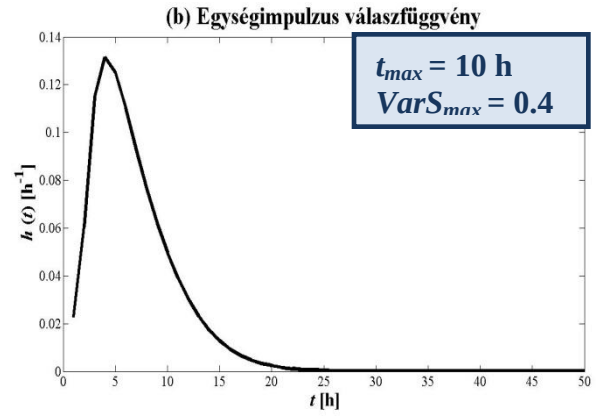
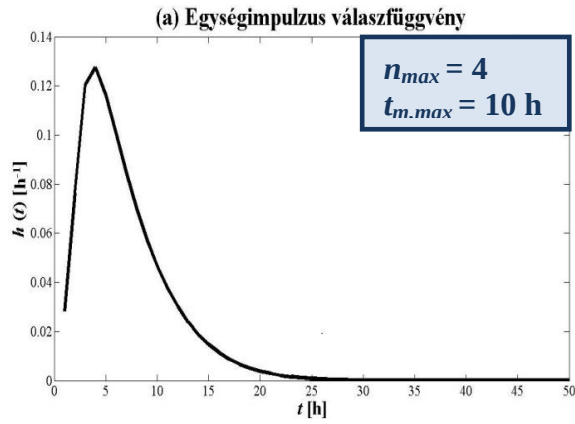
Utolsó lépésként az összegzett ordinátákat el kell osztani a lefolyási útvonalak darabszámával, azaz a vízgyűjtőhöz tartozó cellák számával ahhoz, hogy valóban a vízgyűjtő egészére jellemző, egységnyi területű egység impulzus válaszfüggvény legyen az eredmény és egyben a program kimenete.

A fent leírtak összefoglalóját a 20. ábra mutatja.

Bemenet: time , Var(S) mátrixok ASCII fájljai
Kaszádok súlypontjának és szórásának kezdeti értékeit tartalmazó mátrixok és maximumuk: $\mathbf{t}_m^0 = \mathbf{time} \rightarrow MAX_t_m^0$ $(\mathbf{t}_s^0)_{ij} = (\mathbf{t}_m^0)_{ij}^2 [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij} \rightarrow MAX_t_s^0$
Szabad paraméterek megválasztása - vízgyűjtő legtávolabbi pontjára vonatkozó n és t_m: $n_{max}; t_{m,max}$
Szabad paraméterekből származtatott jellemzők - vízgyűjtő legtávolabbi pontjára vonatkozó k és t_s: $k_{max} = \frac{n_{max}}{t_{m,max}}$ $t_{s,max} = \frac{n_{max}}{k_{max}^2}$
$\mathbf{t}_m$ és $\mathbf{t}_s$ mátrixok definiálása arányosítással: $\mathbf{t}_m = t_{m,max} \frac{\mathbf{t}_m^0}{MAX_t_m^0}$ $\mathbf{t}_s = t_{s,max} \frac{\mathbf{t}_s^0}{MAX_t_s^0}$
Kaszádok illesztése minden ij lefolyási útvonalra - impulzus válaszfüggvények számítása: $dt = 1$ $(\mathbf{k})_{ij} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_s)_{ij}}$ $(\mathbf{n})_{ij} = \max \left\{ round[(\mathbf{k})_{ij}(\mathbf{t}_m)_{ij}] \right\}^1$ minden ij lefolyási útvonal rendszermátrixainak számítása: $\mathbf{H}$ (13), Φ (15), Γ (16) minden ij lefolyási útvonal $h(t)$ impulzus válaszfüggvényének számítása (19) minden egyes lefolyási útvonalhoz tartozó $h(t)$ impulzus válaszfüggvény ordinátájának összegzése dt időlépésként, összeg osztása a lefolyási útvonalak darabszámával
Kimenet: vízgyűjtő impulzus-válaszfüggvénye

20. ábra: Egységimpulzus válaszfüggvény előállítás a vízgyűjtő legtávolabbi pontjára jellemző n_{max} és $t_{m,max}$ előírásával

A program által $n_{max} = 4$ és $t_{m,max} = 10$ h választása esetén számított egységimpulzus válaszfüggvényt, valamint az egyes cellákból elindított lefolyási útvonalakra illesztett kaszkádok tulajdonságait (n lineárisan kapcsolt tározók darabszámát, a kaszkádok t_m súlypontját és t_s szórását) a 21. ábra bal oldalán lévő ábrarészek mutatják.



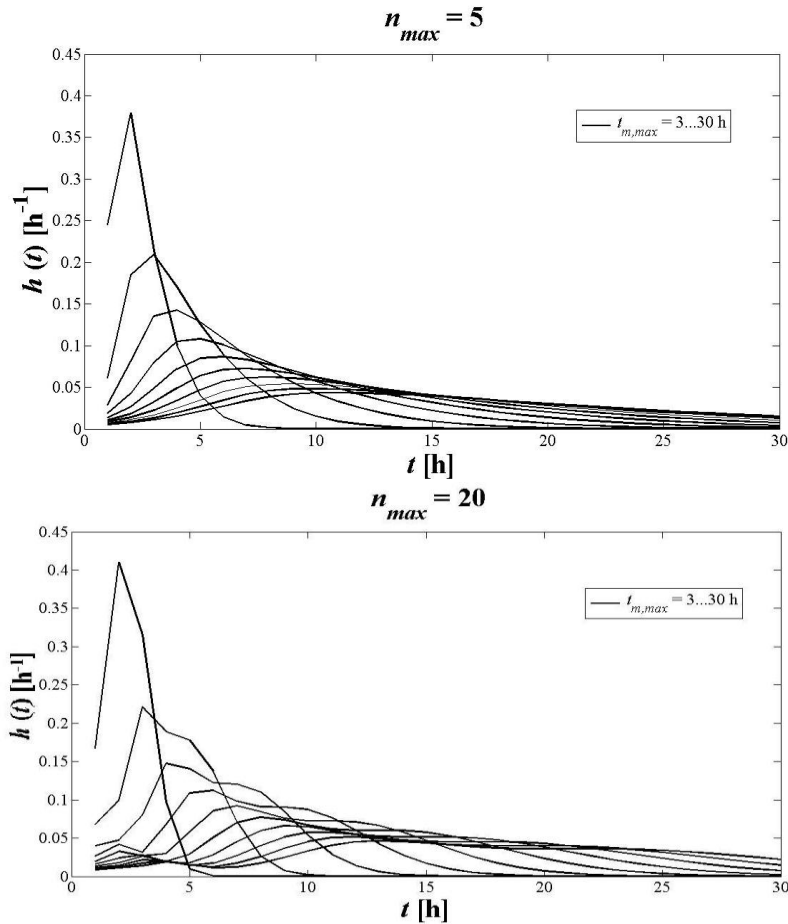
21. ábra: Bal oldalt (a), jobb oldalt (b) módszerrel számított egységimpulzus válaszfüggvény, illetve a hozzájuk tartozó n , t_m , t_s paraméterek eloszlási ábrái a Bükkös-patak vízgyűjtőjén

A lineárisan kapcsolt tározók darabszámát leíró $(\mathbf{n})_{ij}$ paraméterek eloszlása, a leghosszabb lefolyási útvonalra felvett $n_{max} = 4$ esetén, általában egy és négy között változik. Azonban a kifolyási ponthoz közel magasabb értékek is előfordulnak. Ez azzal magyarázható, hogy a program $(\mathbf{n})_{ij}$ -t minden egyes cellára a felvett n_{max} és $[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}$ függvényében számolja, tehát az (a) módszerrel számított $(\mathbf{n})_{ij}$ és $(\mathbf{k})_{ij}$ paraméterek által felvett értékeket nagyban befolyásolja az adott lefolyási útvonalra jellemző esések szórása, $[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}$, ahogy az a **Melléklet** levezetésében egyértelműen látható. A 2. fejezetben ismertetett módszerrel számított $[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}$ szórások a kifolyási ponthoz közel extrém kis értékeket is felvehetnek. Mivel itt a lefolyási útvonalak csak két-három cellából állnak és a domborzat relatív lapos, az egymás melletti cellák magasságkülönbsége a terepmodell többi részéhez viszonyítva kicsi, ebből adódóan a lefolyási útvonalakra jellemző esések szórása a többi útvonal értékeinél nagyságrendekkel kisebb lesz. Ezen értékek reciproka (**Melléklet**) irreálisan nagy $(\mathbf{n})_{ij}$ paramétereket eredményez. A valóságghú leírás és a program gyorsabb futása érdekében bevezettem egy külön feltételt: az $(\mathbf{n})_{ij}$ értékek egy választott maximumnál nem lehetnek nagyobbak.

A diszkrét lineáris kaszkád modell alkalmazásával többlet információk nyerhetők a vízgyűjtő felszíni lefolyási viszonyairól, az egység választfüggvényen kívül eloszlás térképek is előállíthatók. A kaszkádok súlypontját jellemző $\mathbf{t}_m$ és a második centrális momentumot leíró $\mathbf{t}_s$ eloszlási ábrák megmutatják, hogy az adott cellából elindított lefolyási útvonalra milyen mértékű szóródás, késleltetés jellemző.

Magas $(\mathbf{n})_{ij}$ értékek mellett a hozzájuk tartozó $(\mathbf{k})_{ij}$ is nagy lesz, így $(\mathbf{t}_m)_{ij}$ és $(\mathbf{t}_s)_{ij}$ eloszlási térképeiről elmondható, hogy a vízgyűjtő távolabbi pontja felől a kifolyási szelvény irányába haladva, a kaszkádok súlypontját és második centrális momentumát leíró jellemzők fokozatosan csökkennek. Néhány kivétel azonban adódhat, különösen a vízgyűjtő távolabbi pontjain figyelhetők meg eltérések: mintha egy távolabbi pontról rövidebb ideig tartana a lefolyás. Ennek az a magyarázata, hogy $\mathbf{n}$ egészre kerekített értékeket tartalmaz és a belőle származtatott $(\mathbf{t}_m)_{ij}$ és $(\mathbf{t}_s)_{ij}$ paraméterek a maradékok figyelembe vételével másképp adódnának.

Vizsgáltam a szabad paraméterek megválasztásának hatását, különböző n_{max} és $t_{m,max}$ paraméterpárosítások esetén (a számított egységimpulzus választfüggvények alakulását a 22. ábra mutatja). Általánosan igaz, hogy az árhullámok ellapulásának mértéke n_{max} és $t_{m,max}$ paraméterek növelésével párhuzamosan nő. Ez a hatás különösen az összegyülekezési idő fokozatos növelése (háromtól harminc óráig) esetén látványos. Érdekes megfigyelni, hogy nagyobb n_{max} esetén, amikor a vízgyűjtő lefolyási útvonalaira illesztett kaszkádok sorba kapcsolt tározóinak darabszáma magasabb, kisebb, lokális maximumok jelennek meg az egységimpulzus választfüggvényen (22. ábra második ábrarész, $n_{max}=20$ estén). A 3. fejezetben, a vízgyűjtő karakterisztika görbék különbségével meghatározott árhullámképpel ellentétben az egységimpulzus választfüggvény általában csak egy tetőzési ponttal rendelkezik, de amint a 22. ábra második diagramján megfigyelhető, találhatók olyan paraméterpárosítások, melyek felvételével az egységimpulzus szintén kétszer tetőzik.



22. ábra: (a) módszerrel számított egységimpulzus válaszfüggvények, $t_{m,max}=3...30$ h, $n_{max}=5, 20$

(b) A vízgyűjtő egészére jellemző t_{max} összegyülekezési idő és az esések $VarS_{max}$ maximális szórásának előírása (23. ábra)

Ez a paraméterezési eljárás az előzőnél egyszerűbb, néhány elvi megfontolás eredményeit alkalmazva a kaszkád modell két paramétere közvetlenül számítható.

A program bemenő adatként a 2. fejezetben számított **time** és **Var (S)** mátrixok ASCII fájljait igényli, melyek legnagyobb eleme rendre $MAX_t_m^0$ és $MAX_Var(S)$.

A lefolyási útvonalakra ültetett lineáris kaszkádsort közelítő (25, 26) egyenletek csak arányosságokat fejeznek ki. Ahhoz, hogy a kaszkádok súlypontja (25) idő dimenziójú egységgel leírható legyen, szükséges egy, a vízgyűjtő egészére jellemző t_{max} összegyülekezési idő előírása, melyhez a kiindulási $\sum_{k=1}^N \frac{L_k}{\sqrt{S_k}}$ értékek arányosíthatók. A másik szabad, kalibrálandó paraméter az esések $VarS_{max}$ maximális szórása. A szabad paraméterek ismeretében arányosítással meghatározhatók a kaszkádok $(t_m)_{ij}$ súlypontjai és $\overline{Var(S)}$ mátrix értékei (37, 38):

$$t_m = t_{max} \frac{t_m^0}{MAX_t_m^0} \quad (37)$$

$$\overline{\text{Var}(\mathbf{S})} = \text{Var}_{S_{\max}} \frac{\text{Var}(\mathbf{S})}{\text{MAX_Var}(\mathbf{S})} \quad (38)$$

A kaszkádok illesztéséhez elsőként $(\mathbf{n})_{ij}$ és $(\mathbf{k})_{ij}$ ismerete szükséges, melyek a kiindulási egyenletekből (23, 24) és közelítésekből (25, 26) néhány egyszerűsítéssel közvetlenül számíthatók.

A (23) egyenletből $(\mathbf{n})_{ij}$ kifejezhető:

$$(\mathbf{n})_{ij} = (\mathbf{t}_m)_{ij}(\mathbf{k})_{ij} \quad (39)$$

(39) egyenletet a (24) egyenletbe helyettesítve:

$$(\mathbf{t}_s)_{ij} = \frac{(\mathbf{n})_{ij}}{(\mathbf{k})_{ij}^2} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}(\mathbf{k})_{ij}}{(\mathbf{k})_{ij}^2} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{k})_{ij}} \quad (40)$$

A (40) egyenletből $(\mathbf{k})_{ij}$ kifejezhető, majd (26) egyenlet felhasználásával a következő egyszerű alakra hozható:

$$(\mathbf{k})_{ij} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_s)_{ij}} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_m)_{ij}^2 [\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}} = \frac{1}{(\mathbf{t}_m)_{ij} [\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}} \quad (41)$$

A 23. ábra már ezt az egyszerűsített alakot mutatja. Az így kapott (41) kifejezés visszahelyettesíthető a kiindulási (23) egyenletbe:

$$(\mathbf{t}_m)_{ij} = \frac{(\mathbf{n})_{ij}}{(\mathbf{k})_{ij}} = (\mathbf{n})_{ij} (\mathbf{t}_m)_{ij} [\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij} \quad (42)$$

melyből $(\mathbf{n})_{ij}$ kifejezhető:

$$(\mathbf{n})_{ij} = \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_m)_{ij} [\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}} = \frac{1}{[\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}} \quad (43)$$

$(\mathbf{n})_{ij}$ az előzőeknek megfelelően egész kell, hogy legyen. Ha $[\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}$ túl kis értéket vesz fel és ezred vagy tízezred nagyságrendbe esik, úgy a reciproka, $(\mathbf{n})_{ij}$ valószínűtlenül nagy lesz. Emiatt, az (a) pontban leírtakhoz hasonlóan, bevezettem egy feltételt: $[\overline{\text{Var}(\mathbf{S})}]_{ij}$ egy minimális szórásnál nem lehet kisebb.

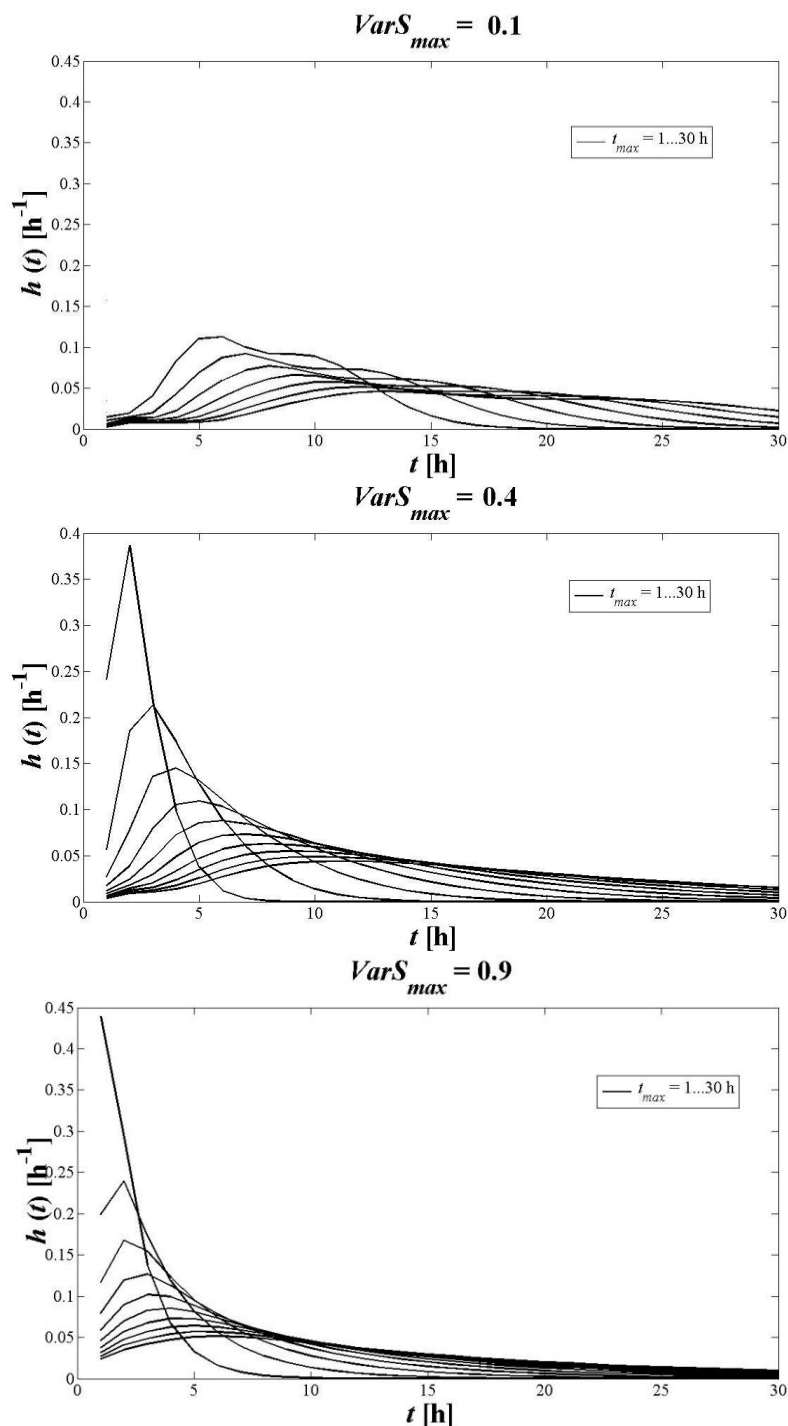
Bemenet: time , Var (S) mátrixok ASCII fájljai	
Kaszádok súlypontjának kezdeti értékeit tartalmazó mátrix, valamint az útvonalakra jellemző esések szórásának maximuma:	
$\mathbf{t}_m^0 = \mathbf{time}$	$\rightarrow MAX_t_m^0$
$\mathbf{Var(S)}$	$\rightarrow MAX_Var(S)$
Szabad paraméterek megválasztása - vízgyűjtő egészére vonatkozó összegyülekezési idő és maximális szórás:	
t_{max} és $VarS_{max}$	
A kaszádok súlypontjának számítása és az útvonalakra jellemző esések szórásának arányosítása:	
$\mathbf{t}_m = t_{max} \frac{\mathbf{t}_m^0}{MAX_t_m^0}$ $\overline{\mathbf{Var(S)}} = VarS_{max} \frac{\mathbf{Var(S)}}{MAX_Var(S)}$	
Kaszádok illesztése minden ij lefolyási útvonalra - impulzus válaszfüggvények számítása:	
$dt = 1$ $(\mathbf{k})_{ij} = \frac{1}{(\mathbf{t}_m)_{ij} [\overline{\mathbf{Var(S)}}]_{ij}}$ $(\mathbf{n})_{ij} = \max \left\{ \text{round} \left(\frac{1}{[\overline{\mathbf{Var(S)}}]_{ij}} \right) \right\}$	
minden ij lefolyási útvonal rendszermátrixainak számítása: $\mathbf{H}$ (13), $\mathbf{\Phi}$ (15), $\mathbf{\Gamma}$ (16) minden ij lefolyási útvonal $h(t)$ impulzus válaszfüggvényének számítása (19) minden egyes lefolyási útvonalhoz tartozó $h(t)$ impulzus válaszfüggvény ordinátájának összegzése dt időlépésenként, összeg osztása a lefolyási útvonalak darabszámával	
Kimenet: vízgyűjtő impulzus-válaszfüggvénye	

23. ábra: Egységimpulzus válaszfüggvény előállítása a vízgyűjtő egészére jellemző t_{max} összegyülekezési idő és az esések $VarS_{max}$ maximális szórásának előírásával

A $h(t)$ impulzus válaszfüggvény előállítási módja az (a) pontban leírtakkal megegyezik. A programmal, $t_{max} = 10$ h és $VarS_{max} = 0.4$ választása mellett számított egységimpulzus válaszfüggvényt, valamint az egyes cellákból elindított lefolyási útvonalakra illesztett kaszádok tulajdonságait (n lineárisan kapcsolt tározók darabszámát, a kaszádok t_m súlypontját és t_s szórását) a 21. ábra jobb oldalán lévő ábrarészek mutatják.

A két módszert összehasonlítva az eltérés egészen minimális: a (b) módszerrel kapott egységimpulzus válaszfüggvény nagysága és az árhullámok alakja és lefutása szinte egyező. Az eloszlási ábrákat tekintve szintén nagy a hasonlóság, az eltérések egészen minimálisak.

Különböző $VarS_{max}$ (0.1, 0.4, 0.9) és t_{max} (1...30 h) paraméterpárosítások esetén az egységimpulzus válaszfüggvényeket a 24. ábra mutatja. $VarS_{max}$ csökkenésével és t_{max} növekedésével az árhullámok időbeli ellapulása nő. t_{max} növelésével a válaszfüggvények az elvárásoknak megfelelően időben egyre inkább eltolódnak. Kis maximális szórást felvéve (például $VarS_{max}=0.1$ a 24. ábra első ábrarészén), az egységimpulzus válaszfüggvény kétszeri tetőzése figyelhető meg.



24. ábra: (b) módszerrel számított egységimpulzus válaszfüggvények, $t_{max}=3...30$ h, $VarS_{max}=0.1, 0.4, 0.9$

A két módszer (a és b) közötti kapcsolat levezetését a **Melléklet** tartalmazza.

4.5. Diszkrét lineáris kaszkád modell kalibrációja

A diszkrét lineáris kaszkád modellel meghatározott egységimpulzus válaszfüggvényt mért csapadékeseménnyel konvolválva, valós árhullám állítható elő. A modellt a korábbi TDK dolgozataimból (Széles 2011, Széles 2012) ismert 2010. májusi árhullámra állítottam fel és az azt követő, függetlennek tekinthető 2010. május 31-től június 10-ig tartó, kisebb árhullámra igazoltam. Az árhullámok vízállás adatait a patak torkolatától 4.2 fkm-re lévő, Közép-Duna-völgyi Környezetvédelmi és Vízügyi Igazgatóság (KDV-KÖVIZIG) által üzemeltetett vízmérce rögzítette. A vízállás adatokból a vízfolyás egydimenziós hidrodinamikai modelljével vízhozam adatsorokat állítottam elő. Az egyidejű csapadék idősorokat az Országos Meteorológiai Szolgálat újpesti, a vízgyűjtőtől húsz km-re lévő csapadékmérő állomása rögzítette.

Mivel a modell kizárólag felszíni lefolyást szimulál, előzetesen a vízmérce szelvényében mért vízhozam adatsort és az egyidejűleg rögzített csapadékeseményt szeparáltam.

A vízgyűjtő felszín alatti tulajdonságairól, lefolyási viszonyairól nem rendelkezem információval, ezért a gyakorlatban elterjedt árhullám szeparálási módot alkalmaztam: az árhullám kezdetének időpontját az árhullám lecsengésének végével összekötöttem. A vonal alatti terület reprezentálta a felszín alatti lefolyást, illetve a vonal és az árhullám görbéje közötti terület a lefolyásra kerülő vízmennyiséget. A lefolyt vízmennyiség térfogatát osztva a vízgyűjtő területével nyerhető a lefolyásra kerülő h_L (mm) vízrétegvastagság.

A lefolyásképző csapadékeseményt Φ -index módszerrel állítottam elő. Az előkészítő csapadékot figyelmen kívül hagyva a csapadékintenzitás ábrából egy Φ (mm/h) konstans intenzitású vonallal úgy vágtam ketté, hogy a Φ érték felett lévő intenzitás ábra területe megegyezzen a lefolyásra kerülő h_L vízrétegvastagsággal.

Az így nyert hatékony csapadékot konvolváltam az egységimpulzus válaszfüggvénnyel, és a modell által számított árhullámot összehasonlítottam a számított felszíni lefolyási időssal.

A kaszkád modell két szabad paraméterét, a 2010. májusi árhullám szeparált csapadék és vízhozam idősorait alkalmazva, kalibráció útján választottam meg. A 4.4. fejezetben ismertetett programokat kettős ciklusba ágyaztam és az átalakított programok az átlagos négyzetes hiba (44) minimalizálásával megkeresték az optimális paraméterpárosítást.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_s(t_i) - Q_o(t_i))^2}{N} \quad (44)$$

ahol $Q_o(t_i)$ és $Q_s(t_i)$ a mért és modell által számított vízhozamok t_i idő pillanatokban, N az összes időlépés száma. A kalibrációt (a) és (b) módszerrel is elvégeztem (4.4. fejezet 20. ábra és 23. ábra), külön vizsgáltam a kalibrációba bevont értékek számát (első 20, 50 majd 100 értékét bevonva a megfigyelt vízhozam idősorból). A modellt ellenőrzésképpen koncentrált paraméterű kaszkádra is kalibráltam. Ez utóbbi lényegében az egész vízgyűjtőt egyetlen kaszkádként írja le, nem képezi le az egyes cellákból elindított lefolyási útvonalak különbözőségét a térben osztott kaszkáddal ellentétben. Végül az illeszkedés jóságát, a mért és számított idősorok között, a tavalyi TDK dolgozatomban részletesen ismertetett három mutatóval számszerűsítettem (Széles 2012):

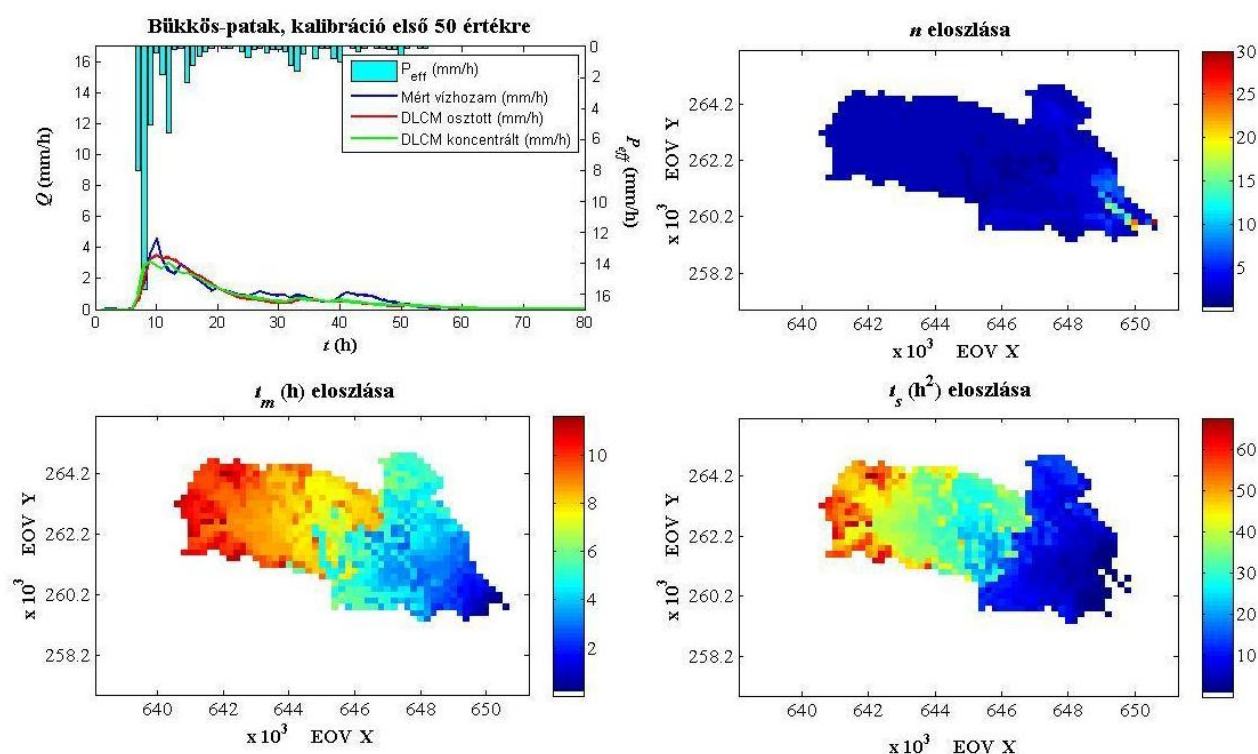
- MSE,
- Hatékonysági (Nash Sutcliffe) tényező,
- Tetőzés hibája.

A mutatókat részletesen kifejtve a 2. táblázat tartalmazza.

2. táblázat: Illeszkedés jóságát számszerűsítő mutatók

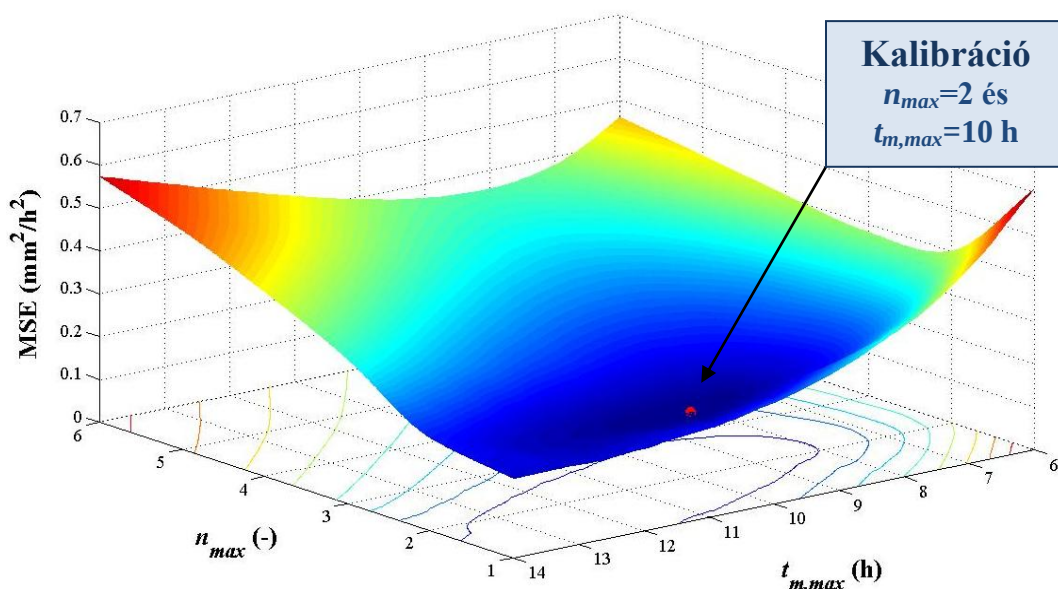
Mutató	Képlet	Magyarázat
MSE	(44) egyenlet	
Hatékonysági tényező	$R_m^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_s(t_i) - Q_o(t_i))^2}{\sum_{i=1}^N (Q_o(t_i) - Q_{o,a})^2}$	$Q_o(t_i)$ és $Q_s(t_i)$ a mért és modell által számított vízhozamok t_i idő pillanatokban, $Q_{o,a}$ a mért vízhozam értékek számtani közepe és N az összes időlépés száma.
Tetőzés hibája	$\text{Tetőzés hibája} = \frac{Q_{s,max} - Q_{o,max}}{Q_{o,max}}$	Az árhullám tetőpontjának becslésében jelentkező hiba, a mért és számított maximális vízhozamok relatív különbsége.

Az (a) módszerrel, első ötven érték optimalizációjával, osztott és koncentrált paraméterű kaszkád modellel kapott kalibráció eredményét, valamint n , t_m és t_s paraméterek vízgyűjtőn való eloszlását a 25. ábra mutatja.



25. ábra: (a) módszerrel, első ötven érték optimalizációjával kapott, osztott és koncentrált paraméterű kaszkád modellel kapott kalibráció, valamint n , t_m és t_s paraméterek Bükkös-patak vízgyűjtőjén való eloszlása

A koncentrált paraméterű modell optimalizációjának eredményét, a legkisebb négyzetes eltérést eredményező paraméter-párosítást piros ponttal jelölve a 26. ábra mutatja. Optimális paraméter-párosításnak száz érték kalibrációba való bevonásával, a térben osztott modell esetén $n_{max}=2$ és $t_{m,max}=10$ h, koncentrált paraméterű modell esetén $n_{max}=1$ és $t_{m,max}=7.5$ h adódott.



26. ábra: Koncentrált paraméterű modell (a) módszerrel kapott, első 50 érték optimalizációjának eredménye, a legkisebb négyzetes eltérést eredményező paraméter-párosítás piros ponttal jelölve

A kalibrációt (b) módszerrel is elvégeztem. Az optimalizációba száz értéket bevonva, a két szabad paraméter térben osztott modell esetén $VarS_{max}=1$ és $t_{max}=10$ h, koncentrált paraméterű modell esetén $VarS_{max}=1$ és $t_{max}=8$ h értékeket vett fel.

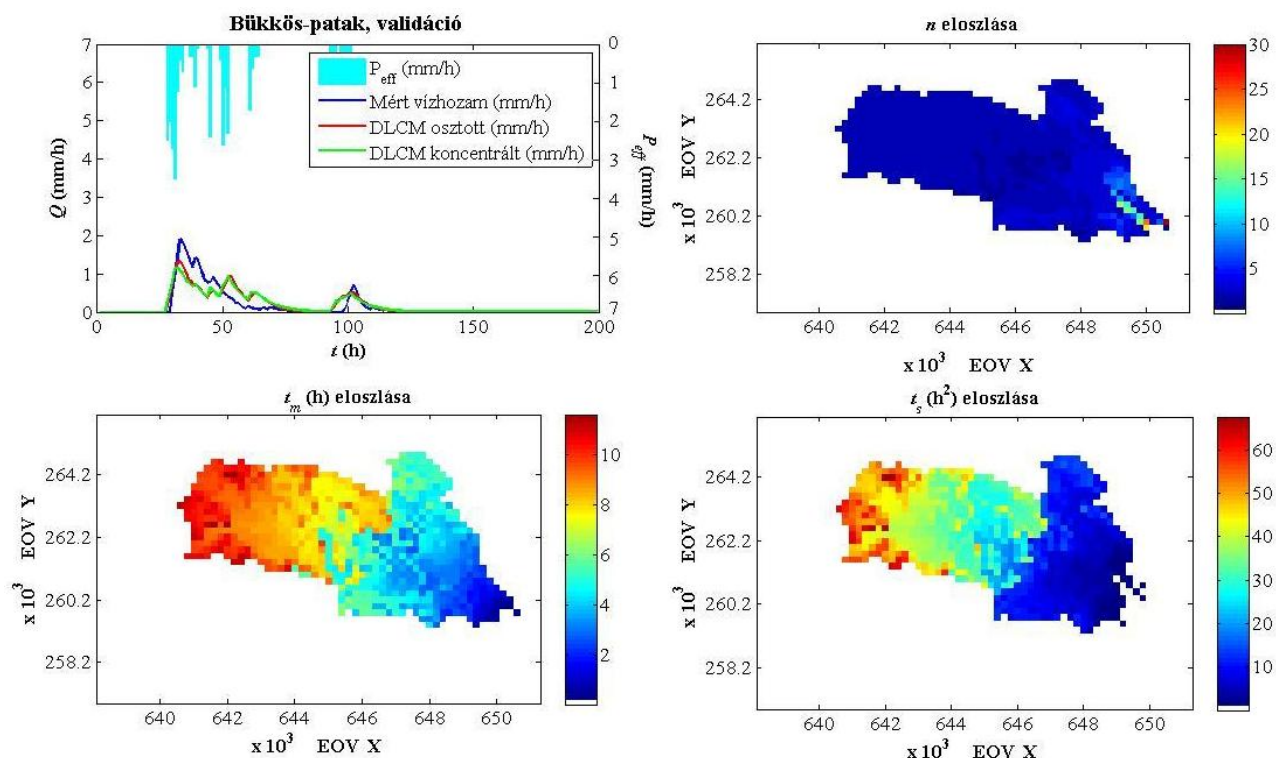
A kalibrációba bevont értékek számát növelve (20, 50, 100), a hiba (MSE) lényegesen csökkenthető (3. táblázat), mind az összevont, mind pedig az osztott modell esetén. A 3. táblázatutolsó oszlopában feltüntetett négyzetes eltérések mindig az optimalizációba bevont értékekre, nem pedig a teljes idősorra vonatkoznak. Az (a) módszerrel, néhány századdal az osztott ($MSE=0.0758 \text{ mm}^2/\text{h}^2$) és az összevont modell ($MSE=0.0914 \text{ mm}^2/\text{h}^2$) kalibrációja is sikeresebb volt a (b) módszer kalibrációjához képest, de a különbségek nem jelentősek.

A kalibrációba bevont értékek számát növelve, a koncentrált paraméterű modell paraméterpárjai egyre inkább megközelítik az osztott modell optimális paraméterpárjait, mely a számítások és feltételezések helyességét igazolja.

3. táblázat: Hiba alakulása a kalibráció során a bevont értékek függvényében, (a) és (b) módszer esetén

	Modell típusa	Kalibrációba bevont értékek száma	Hiba-MSE (mm^2/h^2)
(a) módszer	DLCM osztott	20	0.1847
		50	0.1511
		100	0.0758
	DLCM koncentrált paraméterű	20	0.3095
		50	0.1820
		100	0.0914
(b) módszer	DLCM osztott	20	0.1977
		50	0.1625
		100	0.0815
	DLCM koncentrált paraméterű	20	0.3095
		50	0.1828
		100	0.0920

Az optimális paraméterpárokon nem változtatva, független idősorral (2010. május 31. - június 10.) validáltam a modellt. Az (a) módszer validációjának eredményét, valamint n , t_m és t_s paraméterek Bükkös-patak vízgyűjtőjén való eloszlását a 27. ábra mutatja.



27. ábra: (a) módszerrel, osztott és koncentrált paraméterű kaszkád modellel kapott validáció, valamint n , t_m és t_s paraméterek Bükkös-patak vízgyűjtőjén való eloszlása

Az illeszkedés jóságát számszerűsítő paramétereket a 4. táblázat tartalmazza. Az oszlopokban található mutatók a teljes idősorokra vonatkoznak.

Az osztott és koncentrált paraméterű DLCM modellek kalibrációjának hatékonysági tényezője elérte a 90 %-ot, validáció esetén a 70 %-ot. Hasonlóan jó egyezést a 2012-es TDK munkámban bemutatott TOPMODEL kalibrációjával és validációjával kaptam. A TOPMODEL koncepciójának alkalmazásával a vízgyűjtő felszíni és felszín alatti hidrológiai viszonyait egyaránt modelleztem és a tavalyi munkámban is úgy találtam, hogy a Bükkös-patak vízgyűjtőjének lefolyási viszonyait elsősorban a terep esése, a vízgyűjtő morfológiája determinálja. A felszín alatt kis vízáteresztő képességű andezit található, mely még inkább megerősíti ezt a feltevést. Ennek köszönhető a TOPMODEL és DLCM modell sikeres kalibrációja és validációja.

4. táblázat: Illeszkedés jóságát leíró paraméterek, (a) és (b) módszer kalibrációja és validációja esetén, valamint az optimális paraméterpárok a koncentrált és osztott paraméterű modellek kalibrációja során

(a) módszer		MSE	R_m^2	Tetőzés hibája	n_{max}	$t_{m,max}$
	Kalibráció osztott	0.0583	0.9102	-0.2455	2	10
	Kalibráció koncentrált	0.0703	0.8917	-0.3269	1	7.5
	Validáció osztott	0.0290	0.7294	-0.3142		
	Validáció koncentrált	0.0349	0.6749	-0.3978		
(b) módszer		MSE	R_m^2	Tetőzés hibája	$VarS_{max}$	t_{max}
	Kalibráció osztott	0.0627	0.9035	-0.2275	1	10
	Kalibráció koncentrált	0.0708	0.8911	-0.3609	1	8
	Validáció osztott	0.0282	0.7369	-0.2930		
	Validáció koncentrált	0.0353	0.6707	-0.4242		

4.6. A modell előnyei, összehasonlítás más modellekkel

A modell legfőbb előnye, hogy mindössze két kalibrálandó paramétert igényel. Eddigi munkáim során használt hidrológiai modellek tipikus hátránya volt a szabad paraméterek magas száma. Két paraméterrel a felszíni lefolyás leírása sokkal pontosabb, azonos kimenetet okozó paraméter-párosításokból kevesebb hiba fakad.

További előnyös tulajdonsága a diszkrét lineáris kaszkád modellnek, hogy a futási ideje kiemelkedően gyors. Könnyen kezelhető eszköz, széles körben elterjedt, sikeresen alkalmazott számítási módszer az árvízi előrejelzésben. Digitális terepmodellen mindezidáig kaszkádmodellt nem alkalmaztak, viszont ahogy a fenti tanulmány is igazolja, eredményesen használható.

A koncentrált paraméterű kaszkáddal szemben a térben osztott kaszkád alkalmazása lehetővé teszi izokronok szerkesztését, valamint szóródás térképek is előállíthatók a vízgyűjtőre, ahogyan n , t_m , t_s fenti eloszlási ábrái mutatták.

A hagyományos, vízgyűjtő karakterisztika görbe szerkesztésével kapott egységimpulzus válaszfüggvénnyel ellentétben, a diszkrét lineáris kaszkád modellel kapott válaszfüggvény figyelembe veszi az árhullám ellapulását, időbeli eltolódását. A gyakorlati életben is eredményesen alkalmazható, hiszen a DLCM olyan esetek figyelembe vételére is alkalmas,

amikor a modell futása kezdetén a rendszer nem relaxált állapotú (például egy konstans alaphozam, vagy megelőző csapadék hatása). Ilyen esetekben a vízgyűjtő karakterisztika legfőbb egyszerűsítése nem teljesül.

4.7. A modell lehetséges alkalmazási köre

A modell jelenlegi állapotában digitális terepmodelleken kizárólag a felszíni lefolyás szimulálására alkalmas. Ebből adódóan olyan térségek digitális terepmodelljein alkalmazható, ahol például:

- a felszín alatti közetviszonyokból adódóan (kis áteresztőképességű kőzetek) a lefolyást elsősorban a terep esése határozza meg,
- talajvíz nem érintkezik a vízfolyással,
- hegyvidéki vízgyűjtőkön, ahol a talajvíz elhanyagolható vagy nincs összefüggő talajvíztükör a vékony talaj miatt.

A módszer a lefolyáson kívül számos más téren is alkalmazható. Erre jó példa a diffúz vagy pontszerű szennyezések vízfolyáson való levonulásának számítása, területi eloszlásának becslése, mely elősegítheti a terjedés szempontjából kritikus helyek megtalálását.

A digitális terepmodell minden egyes cellájára megmondható, hogy mennyi időbe telik, míg onnan a szennyezés elér a kifolyási ponthoz, vízmércéig vagy egy kijelölt pontig, mely akár egy település is lehet. A számítások az elérési időn kívül a szennyező koncentráció időbeli ellapulását is leírják. Tehát a modell alkalmazható veszélytérképek szerkesztéséhez, kockázatelemzések elvégzéséhez is.

4.8. Fejlesztési lehetőségek

Szükségesnek találom a számítások és a modell kipróbálását más vízgyűjtőkön is, ahol rendelkezésre áll megfelelő mennyiségű és minőségű mérési adat. Ez elsősorban olyan mintavízgyűjtőkön lehetséges, ahol a vízfolyáson található vízmérce, akár több keresztmetszvényben is és a vízgyűjtő alakjának, területének, domborzatának és szélviszonyainak függvényében egy vagy több meteorológiai mérőállomás egyidejűleg mért csapadékadatok is rendelkezésre állnak.

A modell egy vagy több felszín alatti modul beépítésével válhat teljessé, például felszín közeli, felszín alatti és alaphozam. A felszín alatti folyamatok leírására általában egyetlen kaszkád elegendő, mely könnyen beépíthető a modellbe.

A kalibrálandó paraméterek sorába bevonhatók további paraméterek is, a csapadék transzformálása céljából (például Szilágyi 2013). A cél minden modell esetén a szabad paraméterek számának csökkentése, azonban a leesett csapadékmennyiség lefolyt víztömeggel való összeegyeztetése az eredményeket és a kalibrációt pontosítja.

A modell, térben osztott természetének köszönhetően, térben osztott csapadék figyelembe vételére is alkalmas. Ez további fejlesztési lehetőség lehet olyan vízgyűjtőkön, ahol rendelkezésre áll több csapadékmérő által rögzített mérési adat.

A programokat MATLAB-ban írtam és a későbbiekben szükségesnek találom átírni egy egyszerűbb nyelvre (például C vagy C++), hogy futtathatók legyenek kisebb felbontású, azaz nagyobb elemszámú digitális terepmodelleken és nagyobb területű vízgyűjtőkön is.

Összefoglalás

TDK dolgozatomban részletesen bemutattam egy kisvízgyűjtőn, a Bükkös-patak vízgyűjtőjének digitális terepmodelljén kifejlesztett, felszíni lefolyás modellezésében alkalmazható új megközelítést.

Alapvetően két külön programot ismertettem: egy térinformatikai programot, mely a digitális terepmodellből von ki információkat és az ezen információkat felhasználó, diszkrét lineáris kaszkád modellt tartalmazó hidrológiai, felszíni lefolyást leíró programot.

A Bükkös-patak vízgyűjtőjén rögzített, összetartozó csapadék és vízhozam adatsorok szeparálásával kapott hatékony csapadék és felszíni lefolyás idősorokra két módszerrel is kalibráltam és validáltam a hidrológiai modellt. Az illeszkedés jóságát több paraméterrel számszerűsítettem, valamint vizsgáltam a kalibrációba bevont értékek számát és az eltérő módszerek eredményeit.

Bemutattam az újszerű leírás gyakorlati életben való alkalmazhatóságát, más modellekkel való összehasonlítását, legfőbb előnyeit, és jelenlegi korlátjait, melyek kiküszöbölésére több példát is adtam.

Melléklet

A 4. fejezetben ismertetett két paraméterezési eljárás közti összefüggés, mivel mindkettő ugyanazon feltételekből (23-26) indul ki, levezethető. Mindkét programban történik arányosítás és többször előfordul a változók felülírása, a következő egyenletekben ezek visszafejtése olvasható:

- (a) A vízgyűjtő legtávolabbi pontjából induló lefolyási útvonalra jellemző n_{max} és $t_{m,max}$ előírásával kapott $(\mathbf{k})_{ij}$ paraméter a következőképpen számítható:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{k})_{ij} &= \frac{(\mathbf{t}_m)_{ij}}{(\mathbf{t}_s)_{ij}} = \frac{t_{m,max} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij}}{MAX_t_m^0}}{t_{s,max} \frac{(\mathbf{t}_s^0)_{ij}}{MAX_t_s^0}} = \frac{t_{m,max} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij}}{MAX_t_m^0}}{\frac{n_{max}}{\left(\frac{n_{max}}{t_{m,max}}\right)^2} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij}^2 [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}{MAX_t_s^0}} = \\
 &= \frac{\frac{1}{MAX_t_m^0}}{\frac{t_{m,max}}{n_{max}} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}{MAX_t_s^0}} = \boxed{\frac{n_{max}}{t_{m,max}} \frac{MAX_t_s^0}{MAX_t_m^0} \frac{1}{(\mathbf{t}_m^0)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}} \quad (M1)
 \end{aligned}$$

ahol $MAX_t_s^0$ és $MAX_t_m^0$ ugyanazon cellákra vonatkoznak és $\mathbf{t}_s^0$ elemei, a (27) egyenlet szerint, a kaszkádok súlypontját leíró $(\mathbf{t}_m^0)_{ij}$ négyzetének $[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}$ szorzatával állíthatók elő, tehát igaz a következő egyszerűsítés:

$$\frac{MAX_t_s^0}{MAX_t_m^0} = MAX_ \{ (\mathbf{t}_m^0)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij} \} \quad (M2)$$

$(\mathbf{n})_{ij}$ paraméter az (a) módszer szerint az alábbiak szerint fejezhető ki:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{n})_{ij} &= (\mathbf{t}_m)_{ij} (\mathbf{k})_{ij} = t_{m,max} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij}}{MAX_t_m^0} \frac{n_{max}}{t_{m,max}} \frac{MAX_t_s^0}{MAX_t_m^0} \frac{1}{(\mathbf{t}_m^0)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}} = \\
 &= \boxed{n_{max} \frac{MAX_t_s^0}{(MAX_t_m^0)^2} \frac{1}{[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}} \quad (M3)
 \end{aligned}$$

ahol (M2) szerint

$$\frac{MAX_t_s^0}{(MAX_t_m^0)^2} = MAX_ \{ [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij} \} \quad (M4)$$

(b) A vízgyűjtő egészére jellemző t_{max} összegyülekezési idő és az esések $VarS_{max}$ maximális szórásának előírásával kapott $(\mathbf{n})_{ij}$ és $(\mathbf{k})_{ij}$ paraméterek számítása:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{k})_{ij} &= \frac{1}{(\mathbf{t}_m)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}} = \frac{1}{t_{max} \frac{(\mathbf{t}_m^0)_{ij}}{MAX_t_m^0} VarS_{max} \frac{\mathbf{Var}(\mathbf{S})}{MAX_Var(S)}} = \\
 &= \boxed{\frac{1}{t_{max} VarS_{max}} MAX_t_m^0 MAX_Var(S) \frac{1}{(\mathbf{t}_m^0)_{ij} [\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}} \quad (M5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{n})_{ij} &= \frac{1}{[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}} = \frac{1}{VarS_{max} \frac{\mathbf{Var}(\mathbf{S})}{MAX_Var(S)}} = \\
 &= \boxed{\frac{1}{VarS_{max}} MAX_Var(S) \frac{1}{[\mathbf{Var}(\mathbf{S})]_{ij}}} \quad (M6)
 \end{aligned}$$

Tehát (a) és (b) programok egyező eredményeket adnak, ha teljesülnek az alábbi feltételek:

1. feltétel:

$$n_{max} = \frac{1}{VarS_{max}} \quad (M7)$$

2. feltétel:

$$\frac{n_{max}}{t_{m,max}} = \frac{1}{t_{max} VarS_{max}} \quad (M8)$$

melyből következik, hogy:

$$t_{m,max} = t_{max} \quad (M9)$$

További feltétel lehet, hogy (a) számításához hasonlóan, (b) esetén is azonos, a vízgyűjtő lefolyás szempontjából legtávolabbi pontjára vonatkozzon $\mathbf{t}_m^0$ és $\mathbf{Var}(\mathbf{S})$ maximuma.

Eltéréseket okozhat a programokba bevezetett egy-egy hozzáadott feltétel arra vonatkozóan, hogy $(\mathbf{n})_{ij}$ értéke ne legyen valószerűtlenül nagy (kikötés $\mathbf{n}$ értékeire (a) módszer, kikötés $\mathbf{Var}(\mathbf{S})$ értékeire (b) módszer esetén). Ez azonban összehangolható egy, a programok elején egységesen $\mathbf{Var}(\mathbf{S})$ értékeire előírt feltétel bevezetésével.

Hivatkozások

- Kalinin, G. P., Milyukov, P. I. (1957): „Raschete neustanovivshegosya dvizheniya vody v otkrytykh ruskakh (Nyíltfelszíni nempermanens vízmozgás számítása)”, Met. i Gidrologia Zhurnal, 10, 18.
- Kalinin, G. P., Milyukov, P. I. (1958): „Priblizheniy raschete neustanovivshegosya dvizheniya vodnyh mas (Rohanó vízmozgás becslése)”, Trudi CIP, 66, Leningrád.
- Kontur, I., Koris, K., Winter, J. (1993): Hidrológiai számítások, Akadémiai Kiadó, Budapest.
- O’Callaghan, J., Mark, D. M. (1984): „The extraction of drainage networks from digital elevation data”, Computer Vision Graphics Image Processes, 28 (3), 323-344.
- Pilesjö, P., Hasan, A. (2013): „A triangular Form-based Multiple Flow Algorithm to Estimate Overland Flow Distribution and Accumulation on a Digital Elevation Model”, Transactions in GIS, Blackwell Publishing Ltd, doi: 10.1111/tgis.12015
- Széles, B. (2011): Széles B. (2011): A Bükkös-patak vízgyűjtőjének átfogó hidrológiai vizsgálata, TDK dolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar.
- Széles B., Torma P., Hajnal G. (2012): A Bükkös-patak vízgyűjtőjének hidrológiai vizsgálata, Hidrológiai Közöny, Vol. 92., pp. 39-46., Budapest.
- Széles, B., Torma, P., Hajnal, G. (2012): „Simulating the rainfall-runoff process on the basin of Bükkös creek”, Catchment processes in regional hydrology: from experiment to modeling in Carpathian drainage basins, Sopron, Magyarország, 2012.10.28-30., Paper 25. (ISBN: 978-963-334-069-1).
- Széles, B. (2012): Hidrológiai modellvizsgálatok a Bükkös-patak vízgyűjtőjén, TDK dolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar.
- Szilágyi, J. (2005): „Discrete state-space approximation of the continuous Kalinin-Milyukov-Nash cascade of noninteger storage elements”, Journal of Hydrology, 328, 132-140.
- Szilágyi, J. (2013): „Application of MODIS-Based Monthly Evapotranspiration Rates in Runoff Modeling: A Case Study in Nebraska, USA”, Open Journal of Modern Hydrology, 2013, 3.
- Szilágyi, J., Szöllősi-Nagy, A. (2010): „Recursive Streamflow Forecasting – A State-Space Approach”, Taylor & Francis Group, London, Egyesült Királyság.
- Szöllősi-Nagy, A. (1976): „Introductory remarks on the state-space modeling of water resource systems”, IIASA, Laxenburg, Res. Mem. 76 (73).
- Szöllősi-Nagy, A. (1979): Szochasztikus irányítási modell vízfolyások oxigénháztartásának folyamatos szabályozásához, Hidrológiai Közöny, 10(11-12): 435-443, 523-530.

Szöllősi-Nagy, A. (1981): „State Space Models of the Nash-cascade, Kinematic and Diffusion Waves”, Luleai Egyetem, Research Report TULEA, 14. oldal.

Szöllősi-Nagy, A. (1981): „A mederbeli lefolyás real-time előrejelzése strukturális-sztokasztikus modellekkel”, VITUKI, Budapest.

Torma, P. (2008): „1D folyómodell fejlesztése nempermanens vízmozgások vizsgálatára összetett esésű és benőttségű medrekben”, TDK dolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar.