

Havran Dániel–Berezvai Zombor–Lovas Anita

Vállalati pénzügy (SPM, SKM): Gondolkodtató és gyakorló feladatok gyűjteménye

Budapesti Corvinus Egyetem
Gazdálkodástudományi Kar
Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék

Budapest, 2015.

Írta:

Dr. Havran Dániel (Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék)

Berezvai Zombor (Eötvös Loránd Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Tanszék)

Lovas Anita (Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék)

Lektorálta:

Dr. Váradi Kata (Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék)

Budapesti Corvinus Egyetem, Gazdálkodástudományi Kar

Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék

Budapest, 2015

© Havran Dániel, Berezvai Zombor, Lovas Anita, 2015

ISBN:

Előszó a feladatgyűjtemény használatához

Feladatgyűjteményünk a Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszéke által oktatott Vállalati Pénzügy IMP (SPM, SKM) című kurzushoz készült. Az Intenzív Módszertani Programok (Speciális Pénzügyi–Matematikai, valamint Speciális Közgazdaságtani–Matematikai képzés) számára fejlesztett tárgyunkkal fő célunk az volt, hogy a normál curriculumhoz képest mélyebb elméleti ismeretekkel rendelkező, és azokat valóban alkalmazni tudó diákokat készítsünk fel. Ma már a gazdaság- és pénzügy-matematika szakos hallgatók is ezt a kurzust tanulják. Bízunk abban, hogy a mesterszakos hallgatók is haszonnal forgatják majd példatárunkat. A mesterszakos felvételihez való felkészítésben, és a mesterszakon a felzárkózásban, az alapszintű tárgy magasabb szinten való újragondolásában nekik is segítséget adhat kiadványunk.

A kurzushoz tartozó tankönyv a tanszék által már idestova bő két évtizede oktatott Brealey-Myers: Modern Vállalati Pénzügyek (Panem) legfrissebb magyar nyelvű változata. A kurzus ehhez kapcsolódó elektronikus tananyagai a Moodle-on érhetők el a tárgyat hallgatók számára. Jelen feladatgyűjtemény – ahogy neve is jelzi – a kurzushoz kapcsolódó gondolkodtató és a nehezebb gyakorló feladatokat fogja össze. A feladatok a korábbi években zömében vizsgafeladatokként vagy házi feladatokként funkcionáltak. Bár kétségtől jól tesztje lehet a tudás mérésének a példák önálló megoldása, de figyelmeztetnünk kell az érdeklődő Olvasót, hogy még a példatár alapos tanulmányozása sem váltja ki a tankönyv elolvasását, feldolgozását, megértését. Hangsúlyozzuk tovább azt is, hogy e feladatgyűjtemény nem váltja ki Fazekas (szerk. 2012): Vállalati Pénzügyi Példatár (Tanszék Kft.) vagy a Száz–Juhász (2013): Pénzügyi számítások – VBA segítségével (Jetset) gyűjteményekben lévő példák feldolgozását. Míg a felsorolt munkák az alapvető számítási készségek fejlesztését, illetve az algoritmikus szemléletű pénzügyi számítások gyakorlását tűzik ki célul, addig példatárunkkal a vállalati pénzügyi témákon belül a mélyebb elméleti összefüggések átlátását, valamint az egymástól különböző fogalmak rendszerező, együttes alkalmazását lehet elsajátítani.

A feladatgyűjteményt 11 fejezetre tagoltuk. A fejezetek sorrendje tükrözi a félév során történő előrehaladást is. Minden példának megadtuk a megoldását, útmutatóul. A kiadvány elején a gyakran használt jelöléseket is közöljük. A javasolt gyakorlási mód az, hogy az egyes példákat (az alapszámításokat tartalmazó példatár összes példájának megoldása után) kezdje el az Olvasó a megoldások megtekintése nélkül feldolgozni. A példák több helyen olyan ismeretekre, fogalmakra vagy feltevésekre kérdeznek rá, amelyek csak közvetlenül a kontaktórákon hangzanak el.

A megoldások az alapos átnézés után is tartalmazhatnak hibákat, elírásokat, ezért szívesen veszünk minden jobbító szándékú megjegyzést, észrevételt. A feladatgyűjteményt csak elektronikus formában tesszük közzé. Köszönjük a feladatokat a vizsgák során megoldó hallgatóknak és a tantárgyban oktató kollégáknak, hogy a példák csiszolásában aktívan részt vettek. Minden olvasónak, diáknak és oktátónak kívánjuk, találja épp olyan érdekesnek, hasznosnak és továbbgondolásra serkentőnek az itt szereplő példákat, mint mi, akiknek a tárgy oktatása és fejlesztése jelent mindennapi örömet és kihívást.

Budapest, 2014. november

A szerzők

Tartalomjegyzék

I.	Jelenérték- és kamatszámítás, nevezetes pénzáramok	7
II.	Kötvények.....	10
III.	Részvények.....	17
IV.	Portfólióelmélet és a tőkepiaci eszközök árazása	22
V.	Derivatív eszközök árazása.....	32
VI.	Vállalati pénzáramlás.....	42
VII.	Vállalati tőkeköltség-számítás	49
VIII.	Beruházási döntések	55
IX.	Tőkeszerkezeti politika és APV	59
X.	Osztalékpolitika és részvénykibocsátás	61
XI.	Rövid távú pénzügyi döntések	66

Jelölések

r	effektív hozam
k	névleges kamat
y	loghozam
DF	diszkontfaktor ('discount factor')
AF	annuitásfaktor ('annuity factor')
$f_{t_1 t_2}$	forward hozam a t_1 és t_2 időszak között
S	részvényárfolyam
P	kötvény/részvény ára/árfolyama
F	határidős árfolyam
K, X	opciók és határidős ügyletek kötési árfolyama
c	call opció díja
p	put opció díja
ROE	saját-tőke-arányos nyereség ('return on equity')
EPS	egy részvényre jutó nyereség ('earnings per share')
dp	osztalékfizetési ráta
PB	újraberuházási/újrabefektetési ráta ('plowback ratio')
DIV	osztalék ('dividend')
$PVGO$	növekedési lehetőségek jelenértéke ('present value of growth opportunities')
τ	(marginális) adókulcs
π	inflációs ráta
g	osztalék/árbevétel növekedési üteme
$Cov(A, B)$	A és B közötti kovariancia
σ	szórás
ρ_{AB}	A és B közötti korreláció
β	béta
C^*	költségegyenértékes
BV	könyv szerinti érték ('book value')
ST	saját tőke
NFT	nettó forgótőke
$EBIT$	adózás és kamatfizetés előtti eredmény ('earnings before interest and taxes')
CF	pénzáramlás ('cash flow')
DCF	diszkontált pénzáramlás ('discounted cash flow')
$FCFF$	vállalattól származó szabad pénzáramlás ('free cash flow to firm')
$WACC$	súlyozott átlagos tőke költség ('weighted average cost of capital')

<i>PV</i>	jelenérték ('present value')
<i>NPV</i>	nettó jelenérték ('net present value')
<i>APV</i>	módosított nettó jelenérték ('adjusted present value')
<i>IRR</i>	belső megtérülési ráta ('internal rate of return')
<i>PI</i>	jövedelmezőségi index ('profitability index')

I. Jelenérték- és kamatszámítás, nevezetes pénzáramok

1. Az SPM Diákszervezet egy változó kamatozású örökjáradék kibocsátásán gondolkodik. Az értékpapír éves kamatozású lenne, a kamat páros években 20%, páratlan években 10% lenne. Az effektív hozamgörbe vízszintes, $r = 15\%$. (Az első kifizetés egy év múlva lesz.)
 - a) Mekkora az értékpapír ára kibocsátáskor?
 - b) Mekkora lenne annak az értékpapírnak a kibocsátáskori ára, amely ugyanígy az első évben 10%-ot, majd a második évben 20%-ot fizetne, viszont ez a kamatösszeg (értékben) évente 5%-kal növekedne (hol a 10%, hol a 20%, évtől függően)? Írja fel a kötvény első hat pénzáramát is!

Megoldás

- a) Bontsuk kétfelé a pénzáramlást.

1. rész: 10%-os kamatozású, két évente fizető örökjáradék (páratlan években)

$$\text{CF jelenértéke: } PV_{10\%} = \frac{10}{1,15} + \frac{10}{(1,15)^3} + \frac{10}{(1,15)^5} + \dots, \text{ a mértani sorozat összege: } PV_{10\%} = \frac{\frac{10}{1,15}}{1 - \frac{1}{(1,15)^2}} = \frac{10 \cdot 1,15}{1,15^2 - 1} = 35,66.$$

2. rész: 20%-os kamatozású, két évente fizető örökjáradék (páros években)

$$\text{CF jelenértéke: } PV_{20\%} = \frac{20}{(1,15)^2} + \frac{20}{(1,15)^4} + \frac{20}{(1,15)^6} + \dots, \text{ a mértani sorozat összege: } PV_{20\%} = \frac{\frac{20}{(1,15)^2}}{1 - \frac{1}{(1,15)^2}} = \frac{20}{1,15^2 - 1} = 62,02.$$

Értékpapír ára tehát $PV_{10\%} + PV_{20\%} = 35,66 + 62,02 = 97,68$. (Az értékpapír ára a névérték %-ában értendő.)

- b) A kötvény az első hat évben az alábbi pénzáramlásokat fizeti:

megnevezés	1	2	3	4	5	6
CF	10	20	10,5	21	11,025	22,05

Árazás: két része van ismét.

1. rész: 10%-os kamatozású, évente 5%-kal növekvő, két évente fizető örökjáradék (páratlan években)

$$\text{CF jelenértéke: } PV_{10\%} = \frac{10}{1,15} + \frac{10 \cdot 1,05}{(1,15)^3} + \frac{10 \cdot 1,05^2}{(1,15)^5} + \dots, \text{ a mértani sorozat összege: } PV_{10\%} = \frac{\frac{10}{1,15}}{1 - \frac{1,05}{(1,15)^2}} = \frac{10 \cdot 1,15}{1,15^2 - 1,05} = 42,20.$$

2. rész: 20%-os kamatozású, évente 5%-kal növekvő, két évente fizető örökjáradék (páros években)

$$\text{CF jelenértéke: } PV_{20\%} = \frac{20}{(1,15)^2} + \frac{20 \cdot 1,05}{(1,15)^4} + \frac{20 \cdot 1,05^2}{(1,15)^6} + \dots, \text{ a mértani sorozat összege: } PV_{20\%} = \frac{\frac{20}{(1,15)^2}}{1 - \frac{1,05}{(1,15)^2}} = \frac{20}{1,15^2 - 1,05} = 73,39.$$

Az értékpapír ára tehát $PV_{10\%} + PV_{20\%} = 42,20 + 73,39 = 115,59$. (Szintén a névérték %-ában.)

2. A Starfactory tehetségkutató vetélkedő győztese az alábbi nyeremények közül választhat egyet:

- a) 150 eFt készpénz adómentesen havonta, 20 évig és 1 hónap múlva indul;
- b) 1,5 MFt évente egyösszegben, ami a jövő évben kezdődik és évente 1%-kal nő, örökké;
- c) egy 20 MFt-os névértékű, évente egyszer kamatot fizető, 10 év futamidejű, lejáratkor egy összegben törlesztő, 8%-os egyszerű kamatozású államkötvény;
- d) egy 15 MFt-os lakásvásárlási támogatás egy megadott budai ingatlanra, mely megvásárlásához még fel kell venni egy 5 MFt névértékű, 10 év futamidejű, kedvezményes, annuitásos havi kamatfizetésű, éves 6%-os névleges kamatozású jelzáloghitelt, amely felvételét biztosítja egy szponzor bank. Az ingatlan piaci értékén bármikor eladható, kiadható;
- e) 16 MFt azonnal.

A szerződési feltételek nominális pénzáramokat tartalmaznak. Adóktól tekintsünk el. A várt infláció 2% évente. Az *ex ante* loghozam minden lejáratra 9,53%. A nyeremény átvételi szerződése azt is tartalmazza, hogy a nyertes énekesek lemondanak a következő 20 évre a vetélkedőn elhangzott dalok eladásából befolyt jogdíjakról. Ez várhatóan 1 MFt bevételkiesést jelent évente, ami az első 10 évben 5%-kal nő, majd a 10. évi szinten marad.

Határozza meg az effektív nominálhozamot minden lejáratra, és számolja ki az öt alternatíva nettó jelenértékét!

Megoldás

Effektív nominálhozam: $r = e^{0,0953} - 1 = 0,099999 \approx 0,1 \Rightarrow 10\%$

Havi effektív nominálhozam: $r_h = \sqrt[12]{1,1} - 1 = 0,00797 \approx 0,008 \Rightarrow 0,8\%$

a) Annuitás: $t = 20 \cdot 12 = 240$

$$PV_a = \frac{150e}{0,008} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,008^{240}}\right) = 15,98 \text{ MFt}$$

b) Örökjáradék:

$$PV_b = \frac{1,5M}{0,1 - 0,01} = 16,67 \text{ MFt}$$

c) Annuitás és egyszer fizető CF:

Kamat: $20M \cdot 0,08 = 1,6M$

$$PV_c = \frac{1,6M}{0,1} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,1^{10}}\right) + \frac{20M}{1,1^{10}} = 17,54 \text{ MFt}$$

d) Egyszer fizető CF-annuitás:

$$\text{Annuitásfaktor: } AF(10 \cdot 12; 6\%/12) = \frac{1}{0,005} \left(1 - \frac{1}{1,005^{120}}\right) = 90,0735$$

$$\text{Hitel törlesztő részlete: } CF_{\text{hitel}} = \frac{5M}{AF(120; 0,5\%)} = \frac{5M}{90,0735} = 0,0555 \text{ MFt}$$

$$PV_d = 15M + 5M - \frac{0,0555M}{0,008} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,008^{120}}\right) = 15,73 \text{ MFt}$$

Dalok eladásából befolyt jogdíj:

$$PV_{\text{jogdíj}} = PV_{\text{növ AN}} + PV_{\text{AN}}$$

$$PV_{\text{növ AN}} = \frac{1}{0,1 - 0,05} \left(1 - \frac{1,05^{10}}{1,1^{10}}\right) = 7,44 \text{ MFt}$$

$$\text{CF a 11. évtől: } CF_{10} = 1 \cdot 1,05^9 = 1,55 \text{ MFt}$$

$$PV_{AN} = \frac{1,55M}{0,1} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,1^{10}}\right) \cdot \frac{1}{1,1^{10}} = 3,68 \text{ MFt}$$

$$PV_{jogdíj} = 7,44M + 3,68M = 11,12 \text{ MFt}$$

A nettó jelenértékek:

$$NPV_a = 15,98M - 11,30M = 4,68 \text{ MFt}$$

$$NPV_b = 16,67M - 11,30M = 5,37 \text{ MFt}$$

$$NPV_c = 17,54M - 11,30M = 6,24 \text{ MFt}$$

$$NPV_d = 15,73M - 11,30M = 4,43 \text{ MFt}$$

$$NPV_e = 16M - 11,30M = 4,70 \text{ MFt}$$

3. Egy befektetőnek $W = 20$ MFt-ja van, és egy periódusra tud befektetni. A befektető W vagyon beruházásból egy periódus múlva $Y(W) = 2 \cdot \sqrt{W}$ jövedelmet tud elérni. A befektető, ha teljes vagyonát ma a tőkepiacon fekteti be (pl. bankban), akkor egy periódus múlva 25 MFt-ot tud elfogyasztani. A befektető hasznosságfüggvénye: $u(c_0, c_1) = \min(c_0; 3 \cdot c_1)$ alakú. A Fisher-féle szeparációs tétel érvényességéhez szükséges feltevések fennállnak.
- Mennyit fog beruházni a befektető, ha célja a jelenbeli és jövőbeli fogyasztásából származó hasznosságának maximalizálása?
 - Mennyit fog fogyasztani ma és egy periódus múlva a befektető?
 - Alkalmaz-e tőkeáttételt a befektető? Ha igen, mekkora az idegen tőke/összes tőke arány a befektetésben?

Megoldás

- Először is határozzuk meg a tőkepiaci kamatlábat, ami $\frac{25}{20} = 1,25 \Rightarrow 25\%$. Az optimális beruházási mérték $MP_I = r$, vagyis ahol a beruházás határterméke egyenlő a tőkepiaci hozammal. Ez alapján $\frac{1}{\sqrt{W}} = 0,25$, amiből $W = 16$.
- A befektető hasznosságfüggvénye tökéletes kiegészítő, így $c_0 = 3 \cdot c_1$, illetve a költségvetési korlát $c_0 + \frac{c_1}{1,25} = (20 - 16) + \frac{16}{1,25} + \frac{2 \cdot \sqrt{16}}{1,25} = 23,2$ (a befektetett összeget és a kamatot egy periódus múlva kapja meg). A két egyenlet alapján $3,8c_1 = 23,2$, amiből $c_1 = 6,1$ MFt és $c_0 = 18,3$ MFt.
- Igen, alkalmaz tőkeáttételt, hiszen az első periódusban a 20 MFt-jából 16 MFt-ot befektet, tehát csak 4 MFt-ja marad, azonban 18,3 MFt értékben fogyaszt, tehát 14,3 MFt hitelt vesz fel. A tőkeáttétel mértéke a beruházásnál (idegen tőke/összes tőke) $\frac{14,3}{16} = 0,89 \Rightarrow 89\%$.

II. Kötvények

1. Egy egyéves diszkontkincstárjegy árfolyama névértékének 86,9565%-a. Egy ötéves, évente egyszer 14% kamatot fizető, lejáratkor egy összegben törlesztő államkötvény futamidejéből még pontosan két év van hátra, ma volt a kamatfizetés. Az államkötvényt ma 99,8932%-os bruttó árfolyamon jegyzik. Egy hároméves, évente 10 eFt-ot fizető kockázatmentes intézmény által kibocsátott annuitás mai ára 23 321 Ft. A piac jól áraz.

- a) Mekkora az egyéves, kétéves és hároméves kockázatmentes effektív hozam?
b) Mekkora az egyéves, kétéves és hároméves kockázatmentes hozam loghozamokra átszámítva?

Megoldás

$$a) P_{DKJ} = 86,9565 = \frac{100}{1+r_1}, \text{ innen } r_1 = \frac{1}{0,869565} - 1 = 0,15 \Rightarrow 15\%$$

$$P_{AK} = 99,8932 = \frac{14}{1,15} + \frac{114}{(1+r_2)^2}, \text{ amiből } r_2 = \sqrt{\frac{114}{99,8932 - \frac{14}{1,15}}} - 1 = 0,14 \Rightarrow 14\%$$

$$P_{AN} = 23,321 = \frac{10}{1,15} + \frac{10}{1,14^2} + \frac{10}{(1+r_3)^3}, \text{ ahonnan } r_3 = \sqrt[3]{\frac{10}{23,321 - \frac{10}{1,15} - \frac{10}{1,14^2}}} - 1 = 0,13 \Rightarrow 13\%$$

$$b) \text{ A loghozamok rendre } y_1 = \ln(1,15) = 0,1398, y_2 = \ln(1,14) = 0,1310, y_3 = \ln(1,13) = 0,1222.$$

2. Ön a kötvénypiacon a mai napon az alábbi kötvényeket vásárolhatja meg, illetve shortolhatja:

A: Egy négy év futamidejű, 10%-os éves kamatozású, évente egyszer kamatot fizető, lejáratkor egyösszegben törlesztő államkötvény, amelyet pontosan 1 éve bocsátottak ki. Az esedékes kamatot a mai napon már kifizették. A kötvény névértéke 100 eFt.

B: Egy hároméves, évente 20 eFt-ot fizető annuitás, amelynek árfolyama ma 52,8 eFt.

C: Egy olyan speciális kötvény, mely 1 év múlva és három év múlva egyaránt 50 eFt-ot fizet, és árfolyama 88,3 eFt.

D: Egy 1 év lejáratú, 100 eFt névértékű elemi kötvény, melynek árfolyama 92,6 eFt.

Tranzakciós költségek, adók nincsenek, a termékek korlátlanul oszthatók.

- a) Írja fel az egyes termékek pénzáramlásait! Kikeverhető a **B**, **C**, **D** kötvényekből az **A** kötvény?
b) Mennyibe kerül az **A** kötvény? Számításait indokolja!
c) Írja fel az egy-, két- és hároméves hozamgörbe pontjait! Effektív hozamszámítást alkalmazzon!

Megoldás

- a) A kötvények pénzáramlásai:

kötvény	0	1	2	3
A		10	10	110
B		20	20	20
C		50		50
D		100		

Az **A** kikeverhető a többiből: $A = 2C + 0,5B - D$.

c) Mivel **A** kikeverhető, így az ára $P_A = 2 \cdot 88,3 + 0,5 \cdot 52,8 - 92,6 = 110,4$ eFt.

d) **D** árából meghatározható r_1 : $92,6 = \frac{100}{1+r_1}$, ahonnan $r_1 = 8\%$.

C árából meghatározható r_1 ismeretében r_3 : $88,3 = \frac{50}{1,08} + \frac{50}{(1+r_3)^3}$, ahonnan $r_3 = 6\%$.

B árából és r_1 , illetve r_3 ismeretéből meghatározható r_2 : $52,8 = \frac{20}{1,08} + \frac{20}{(1+r_2)^2} + \frac{20}{1,06^3}$, amiből $r_2 = 7\%$.

3. Pontosán egy éve három kötvényt bocsátottak ki, éppen a kamatfizetés előtt állunk. Az **A** kötvény pénzáramlása 10, 10, 10, 110; a **B** kötvényé 20, 20, 20, 120, a **C** kötvényé 0, 0, 0, 100. A **C** kötvény bruttó árfolyama 83,96 Ft, az **A** kötvény nettó árfolyama 110,95 Ft; a **B** kötvény bruttó árfolyama 157,94 Ft. A hozamgörbe nem vízszintes. Az tudjuk viszont, hogy az egyéves forward kamatláb $f_{01} = 5\%$.

a) Mekkora a bruttó árfolyama annak a **D** kötvénynek, amelynek pénzáramlása 0, 30, 30, 130?

b) Mekkora lenne egy olyan kötvény árfolyama, amely 2 év múlva 100 Ft-ot fizet?

c) Mekkora az egy, kettő- és hároméves spot és forward loghozam?

Megoldás

a) Kötvények pénzáramlása:

kötvény	0	1	2	3
A	10	10	10	110
B	20	20	20	120
C				100
D		30	30	130

Mivel $D = A + B - C$ (az idej kamatfizetések után), ezért $P_D = 110,95 + (157,94 - 20) - 83,96 = 164,93$ Ft.

b) Az árazáshoz szükség van a spot r_2 ismeretére.

Első éves spot effektív hozam: $r_1 = f_{01} = 0,05$

Harmadik éves spot effektív hozam: $83,96 = \frac{100}{(1+r_3)^3}$, amiből $r_3 = \sqrt[3]{\frac{100}{83,96}} - 1 = 0,06$

Második éves spot effektív hozam: $110,95 = \frac{10}{1,05} + \frac{10}{(1+r_2)^2} + \frac{110}{1,06^3}$, amiből $r_2 = 0,05$

A kötvény árfolyama: $PV = \frac{100}{1,05^2} = 90,70$ Ft.

c) Spot loghozamok:

$$y_1 = \ln(1,05) = 0,0488$$

$$y_2 = \ln(1,05) = 0,0488$$

$$y_3 = \ln(1,06) = 0,0583$$

Forward loghozamok:

$$f_{01} = y_1 = 0,0488$$

$$f_{12} = 2 \cdot 0,0488 - 1 \cdot 0,0488 = 0,0488$$

$$f_{23} = 3 \cdot 0,0583 - 2 \cdot 0,0488 = 0,0772$$

4. Egy két éve kibocsátott öt éves lejáratú államkötvény névleges kamatai az öt évre: 10%, 9%, 8%, 7%, 6% voltak kibocsátáskor. A kötvény tőketörlesztése két év türelmi idővel, egyenlő

törlesztő részlettel történik. Ma éppen a kamatfizetés előtt vagyunk, amikor is az államkötvénypiacon az 1 éves lejáratú DKJ a névérték 93%-át éri, egy hároméves, évente 100 Ft-ot fizető annuitás értéke pedig 260 Ft. Treasuryben dolgozó kollégánk ma említette nekünk, hogy ma olyan piaci helyzet van, amikor az f_{12} -es forward kamatláb és az f_{23} -as forward kamatláb megegyezik. A példában számoljon effektív kamatozással!

- Mekkora az egy-, két- és hároméves diszkontfaktor?
- Mekkora az ötéves államkötvény bruttó és nettó árfolyama, ha a piaccal konzisztensen áraz?
- Mekkora lenne az ötéves államkötvény bruttó és nettó árfolyama fél évvel később, ha a piaccal konzisztensen áraz, és a fél-, másfél- és 2,5 éves lejáratához tartozó hozamok akkor 8%-on, 8%-on, illetve 6%-on állnának?

Megoldás

- Először is a DKJ árfolyama: $93 = \frac{100}{(1+r_1)^1}$, amiből $r_1 = 7,53\%$.

$$\text{Másodszor: } 260 = \frac{100}{1,0753} + \frac{100}{(1+r_2)^2} + \frac{100}{(1+r_3)^3}.$$

$$\text{Harmadszor: } (1+r_1) \cdot (1+f_{12}) \cdot (1+f_{23}) = (1+r_3)^3.$$

$$\text{Mivel } f_{12} = f_{23}, \text{ ezért } (1+r_1) \cdot (1+f_{12})^2 = (1+r_3)^3.$$

$$\text{Az annuitásfaktor egyenlet visszafejtve: } 260 = 93 + \frac{100}{(1+r_1) \cdot (1+f_{12})} + \frac{100}{(1+r_1) \cdot (1+f_{12})^2}, \text{ ebből}$$

$$\text{pedig } f_{12} = 7,5\%.$$

$$r_2 = \sqrt[2]{1,0753 \cdot 1,075} - 1 = 0,0751 \Rightarrow 7,51\%$$

$$r_3 = \sqrt[3]{1,0753 \cdot 1,075^2} - 1 = 0,0752 \Rightarrow 7,51\%$$

Diszkontfaktorok:

$$DF_1 = \frac{1}{1,0753} = 0,93$$

$$DF_2 = \frac{1}{1,0751^2} = 0,865$$

$$DF_3 = \frac{1}{1,0751^3} = 0,805$$

- A kötvény eredeti pénzáramlása:

megnevezés	1	2	3	4	5
kamat	10	9	8	4,66	2
tőke	0	0	33,33	33,33	33,33
CF	10	9	41,33	38	35,33

$$PV = P_{bruttó} = 9 + 41,33 \cdot 0,93 + 38 \cdot 0,865 + 35,33 \cdot 0,805 = 108,75$$

$$P_{nettó} = 108,75 - 9 = 99,75$$

- $PV = P_{bruttó} = \frac{41,33}{1,08^{0,5}} + \frac{38}{1,08^{1,5}} + \frac{35,33}{1,06^{2,5}} = 104,17$

$$P_{nettó} = 104,17 - 8 \cdot 0,5 = 100,17$$

- Egy hároméves futamidejű kötvény lejáratáig másfél év van hátra. Ez az annuitásos kötvény 20%-os kamatozása, a kötvény névértéke 100 Ft, a tőketörlesztés és a kamatok visszafizetése évente egyszer történik. Vállalata vásárolt 100 Mft ilyen annuitásos kötvényt. Ugyanakkor cége fél évvel ezelőtt kibocsátott egy 2 éves egyszerű kamatozása, 200 Ft-os névértékű kötvényt is, 15%-os kamatra. Ezért a cég fél éve 100 Mft-nyi tőkét kapott, amit lejáratkor egy

összegben kell majd visszafizetnie. Mindkét kötvény kockázatmentes, a kockázatmentes hozam 10%. A hozamgörbe vízszintes.

- Írja fel a két kötvény jövőbeli pénzáramait, illetve a kötvények számított mai napi bruttó és nettó árfolyamát!
- Írja fel a cég ismert nettó jövőbeli pénzáramait, valamint ezekből a pénzügy műveletekből származó pénzáramok mai értékét!

Megoldás

- Az annuitásos kötvény CF-ja: $CF = \frac{N}{AF(t;k)} = \frac{100}{AF(3;20\%)} = \frac{100}{2,1065} = 47,473$ Ft.

$$AF(3; 20\%) = \frac{1}{0,2} \left(1 - \frac{1}{1,02^3} \right) = 2,1065$$

Az egyszerű kamatozású kötvény által fizetett kamat $200 \cdot 0,15 = 30$ Ft.

kötvény	0,5	1,5
annuitásos kötvény	47,473	47,473
egysz. kamatozású kötvény	30	230

Árfolyamok:

$$P_{bruttó}(annuitásos) = \frac{47,473}{1,1^{0,5}} + \frac{47,473}{1,1^{1,5}} = 86,41 \text{ Ft}$$

A nettó árfolyamhoz szükséges kamat és tőketörlesztés (kibocsátáskor):

megnevezés	1	2
kamatfizetés	$100 \cdot 0,2 = 20$	$(100 - 27,473) \cdot 0,2 = 14,505$
tőketörlesztés	$47,473 - 20 = 27,473$	$47,473 - 14,505 = 32,968$
CF	47,473	47,473

$$P_{nettó}(annuitásos) = 86,41 - 0,5 \cdot 14,505 = 79,16 \text{ Ft}$$

$$P_{bruttó}(egyszerű kamatozású) = \frac{30}{1,1^{0,5}} + \frac{230}{1,1^{1,5}} = 227,96 \text{ Ft}$$

$$P_{nettó}(egyszerű kamatozású) = 227,96 - 0,5 \cdot 30 = 213,66 \text{ Ft}$$

- Nettó jövőbeli pénzáramlások:

Annuitásos kötvény darabszáma: $100M/100 = 1M$ db

Egyszerű kamatozású kötvény darabszáma: $100M/200 = 0,5M$ db

kötvény	0,5	1,5
annuitásos kötvény	$+47,473 \cdot 1M$	$+47,473 \cdot 1M$
egysz. kamatozású kötvény	$-30 \cdot 0,5M$	$-230 \cdot 0,5M$

$$PV = \frac{47,473M}{1,1^{0,5}} - \frac{15M}{1,1^{0,5}} + \frac{47,473M}{1,1^{1,5}} - \frac{115M}{1,1^{1,5}} = -27,57 \text{ MFt}$$

- Egy 20 000 forint névértékű államkötvényt 1,5 évvel ezelőtt bocsátottak ki ötéves futamidővel. A kötvény egyenletes törlesztésű, évente egyszer fizet 8% kamatot. A kockázatmentes kamatláb 9%.

- Határozza meg a kötvény bruttó és nettó árfolyamát!
- Határozza meg a kötvény 1 éves határidős árfolyamát!

Megoldás

- a) A kötvény bruttó árfolyama kiszámításához írjuk fel a kötvény CF-ját.

megnevezés	0,5	1,5	2,5	3,5
kamatfizetés	1280	960	640	320
tőketörlesztés	4000	4000	4000	4000
CF	5280	4960	4640	4320
DCF	5057	4359	3741	3195

Ahol a kamatfizetési összegek sor értékeit az alábbi számítások adják: 0,5 év múlva $(20\,000 - 4000) \cdot 8\% = 1280$, 1,5 év múlva $(20\,000 - 4000 - 4000) \cdot 8\% = 960$, és így tovább.

A kötvény bruttó árfolyama a diszkontált pénzáramlások összege, tehát 16 352 Ft. A nettó árfolyamnál a felhalmozott kamatot kell kivonni, ami éppen a fél év múlva esedékes kamat fele (hiszen évente fizet kamatot, és éppen félévnél vagyunk), vagyis 640 Ft. A nettó árfolyam tehát 15 712 Ft.

- b) Egy év múlva a kötvény utolsó három pénzáramlása lesz csak, ezek egy év múlva diszkontált jelenértékeinek összege fogja adni a kötvény egyéves határidős árfolyamát.

megnevezés	0,5	1,5	2,5
kamatfizetés	960	640	320
tőketörlesztés	4000	4000	4000
CF	4960	4640	4320
DCF	4751	4077	3483

A kötvény egy éves határidős árfolyama tehát 12 311 Ft.

7. A „Piros” Nyrt. forrásszerzés céljából egy négyéves futamidejű, annuitásos törlesztésű kötvényt bocsátott ki két éve. A kötvény éves névleges kamatlába 5%, a kamatfizetés és tőketörlesztés évente egyszer esedékes. (A törlesztő részlet a kamatfizetésből és a tőketörlesztésből áll.) A kötvény névértéke 100 000 Ft. A tőkepiaci befektetők a hasonló kockázatú befektetésektől rendre 4%, 5%, 6% és 8%-os effektív hozamot várnak a következő 1, 2, 3 és 4 éves lejáratokra.

- a) Mekkora a kötvény elméleti árfolyama közvetlenül a kamatfizetés és törlesztés előtt és után?
- b) Mekkora a kötvény egy éves határidős árfolyama, ha most a kamatfizetés után vagyunk, és a határidős ügylet a következő kamatfizetés előtt jár le?
- c) Mekkora a kötvény egy éves határidős árfolyama, ha most a kamatfizetés után vagyunk, és a határidős ügylet a következő kamatfizetés után jár le?

Megoldás

- a) A kötvény éves törlesztő részlete: $C = \frac{N}{AF(4;5\%)} = \frac{100\,000}{3,546} = 28\,201$ Ft.

Alternatív megoldási mód: A kötvény első törlesztése már megvolt, a második éppen most esedékes. Mivel annuitásos törlesztésű a kötvény, így minden törlesztés alkalmával ugyanakkora összeget törleszt. Ennek kiszámításához segít az alábbi táblázat:

év	tőketörlesztés	megmaradt tőke	kamat	CF
1	C_1	$100\,000 - C_1$	5000	C

2	C_2	$100\,000 - C_1 - C_2$	$(100\,000 - C_1) \cdot 5\%$	C
3	C_3	$100\,000 - C_1 - C_2 - C_3$	$(100\,000 - C_1 - C_2) \cdot 5\%$	C
4	C_4	0	$(100\,000 - C_1 - C_2 - C_3) \cdot 5\%$	C

Ezek alapján $C_1 + 5000 = C$; $C_2 + (100\,000 - C_1) \cdot 5\% = C$; $C_3 + (100\,000 - C_1 - C_2) \cdot 5\% = C$; végül $C_4 + (100\,000 - C_1 - C_2 - C_3) \cdot 5\% = C$. Az első egyenletet egyenlővé téve sorban a többivel $C_2 = 1,05 \cdot C_1$; $C_3 = 1,1025 \cdot C_1$; $C_4 = 1,157625 \cdot C_1$. Ezeket beírva a $C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 100\,000$ egyenletbe $C_1 = 23\,201$ Ft. Így az előbbi táblázat kitölthető.

év	tőketörlesztés	megmaradt tőke	kamat	CF
1	23 201	76 799	5000	28 201
2	24 361	52 438	3840	28 201
3	25 579	26 858	2622	28 201
4	26 858	0	1343	28 201

Közvetlenül a második törlesztés előtt a kötvény értéke $28\,201 + \frac{28\,201}{1,04} + \frac{28\,201}{1,05^2} = 80\,896$ Ft. Közvetlenül a törlesztés után a kötvény értéke 28 201 Ft-tal csökken, így 52 695 Ft lesz.

- b) Ha a határidős ügylet éppen a kamatfizetés előtt jár le, akkor a kötvény értéke $28\,201 + \frac{28\,201}{1+f_{12}}$, ahol f_{12} az egy és két év közötti forward kamatláb (az egy év múlva hátralévő pénzáramlások jelenértéke). Ennek értéke $f_{12} = \frac{1,05^2}{1,04} - 1 = 0,06 \Rightarrow 6\%$, így a kötvény határidős árfolyama $28\,201 + \frac{28\,201}{1,06} = 54\,806$ Ft lesz.
- c) Ha a határidős ügylet éppen a harmadik kamatfizetés után jár le, akkor egyetlen pénzáramlás marad, ennek jelenértéke (és ezzel együtt a kötvény határidős árfolyama) $28\,201/1,06 = 26\,605$ Ft.
8. A tökéletes tőkepiacon egy kötvény jövőbeli pénzáramlása egy, kettő és három év múlva: 20, 20, 120 eFt. Az effektív hozamgörbe ma, 4, 5 és 6% az egy-, két- és hároméves lejáratokra.
- Mekkora a kötvény árfolyama?
 - Mekkora a kötvény belső megtérülési rátája, ha a kötvényt jelenértéken adják-veszik?
 - Mennyi az egy éves határidős árfolyam, ha az közvetlenül a kamatfizetés előtti időpontra vonatkozik?
 - Mekkora hozamra tenne szert, ha ma egyéves határidős vételi ügyletet és kétéves határidős eladási ügyletet kötne a kötvényre? Mindkét esetben a kamatfizetés előttre szól a határidős ügylet.
 - Mit tenne akkor, ha valaki $F = 110$ -en adna és venne ma kötvényt (a kamatfizetés előtti időpontra szól a határidős ügylet)? Írja fel az arbitrázs-stratégiát, valamint a 0. és 1. pénzáramokat is!
 - Mennyi lenne az az egy éves határidős árfolyam, ha a szerződés teljesítésének időpontja közvetlenül a kamatfizetés utánra vonatkozna?
 - Tegyük fel, hogy egy év eltelt, és most az effektív hozamgörbe éppen 5, 4, 3%, az egy-, két- és hároméves lejáratokra. Mekkora most a kötvény nettó árfolyama?

- h) Ebben az új helyzetben mekkorák az egy, két- és hároméves határidős effektív hozamok (f_{01}, f_{12}, f_{23})?

Megoldás

- a) A kötvény árfolyama a jövőbeli pénzáramlásainak jelenértéke, tehát $P = \frac{20}{1,04} + \frac{20}{1,05^2} + \frac{120}{1,06^3} = 138,1$ eFt.
- b) A belső megtérülési ráta számolásához az alábbi egyenletet kell megoldani: $138,1 = \frac{20}{1+IRR} + \frac{20}{(1+IRR)^2} + \frac{120}{(1+IRR)^3}$. Innen $IRR = 5,8\%$ (pl. Excelben).
- c) A kötvény egy év múltai (kamatfizetés előtti) határidős árfolyama az akkor esedékes pénzáramlások jelenértéke. Ehhez először is meg kell határozni az egy év múltai effektív hozamgörbét: $r_1 = \frac{1,05^2}{1,04} - 1 = 0,06 \Rightarrow 6\%$, illetve $r_2 = \sqrt{1,06^3/1,04} - 1 = 0,07 \Rightarrow 7\%$. Innen a határidős árfolyam $F = 20 + \frac{20}{1,06} + \frac{120}{1,07^2} = 143,7$ eFt.
- d) Mivel a tőkepiac tökéletes, így éppen az egy év múltai egyéves effektív hozamot éri el, tehát 6%-ot.
- e) Mivel az egyéves határidős árfolyam 143,7 eFt, így 110 eFt-ért megéri ilyen kötvényt venni. Az üzletből származó nyereség $143,7 - 110 = 33,7$ eFt kötvényenként. Az arbitrázsstratégia a következő. Most meg kell kötni a határidős ügyletet $F = 110$ eFt-on, shortolni kell a kötvényt (egy évre), illetve a befolyó pénzt bankba tenni szintén egy évre. Így tehát a 0. évben éppen 0 Ft a tranzakciók egyenlege, az 1. évben pedig 33,7 eFt nyereség keletkezik (kockázatmentesen). A pénzáramlások a következőképpen néznek ki:

év	határidős ügylet	kötvény shortolása	bankbetét	teljes CF
0	0	138,1	-138,1	0
1	$S - 110$	$-S$	143,7	33,7

- f) A kötvény egy év múltai kamatfizetés utáni árfolyama $F^* = \frac{20}{1,06} + \frac{120}{1,07^2} = 123,7$ eFt.
- g) Egy év múlva a kötvény pénzáramlása 20 eFt egy évre rá és 120 eFt két évre rá, tehát árfolyama $P = \frac{20}{1,05} + \frac{120}{1,04^2} = 130$ eFt.
- h) Az egyéves határidős effektív hozam éppen az egyéves effektív hozam, tehát $f_{01} = 5\%$, a kétéves határidős hozam $f_{12} = \frac{1,04^2}{1,05} - 1 = 0,03 \Rightarrow 3\%$, a hároméves effektív árfolyam pedig $f_{23} = \frac{1,03^3}{1,04^2} - 1 = 0,01 \Rightarrow 1\%$.

III. Részvények

1. A Velence Travel Zrt. év végén 196 Ft osztalékot fizet részvényenként. A cég azzal számol, hogy eszközarányos profitja évente 2%-kal fog növekedni, ehhez a célnak megfelelő osztalékfizetési rátát alkalmaz. Az utazási szolgáltatások iparágban működő tőkeáttétel nélküli cégektől 20%-os hozamot várnak el. Mekkora a P/E rátája és ROE-je a Velence Travel Zrt.-nek, ha a cég növekedési lehetőségeinek jelenértéke ma 1,11 Ft-ot ér egy részvényre vetítve? (*Ex dividend* árfolyamokkal dolgozzon.)

Megoldás

$$DIV_1 = DIV_0 \cdot (1 + g) = 196 \cdot 1,02 = 199,92 \text{ Ft}$$

$$P_0 = \frac{DIV_1}{r - g} = \frac{199,92}{0,2 - 0,02} = 1110,67 \text{ Ft}$$

$$P_0 = \frac{EPS_1}{r} + PVGO, \text{ ebből } EPS_1 = (P_0 - PVGO) \cdot r = (1110,67 - 1,11) \cdot 0,2 = 221,91 \text{ Ft}$$

$$dp = \frac{DIV_1}{EPS_1} = \frac{199,92}{221,91} = 0,9$$

$$g = ROE \cdot (1 - dp), \text{ ebből } ROE = \frac{g}{1 - dp} = \frac{0,02}{1 - 0,9} = 0,2 \Rightarrow 20\%$$

$$\frac{P}{E} = \frac{P_0}{EPS_1} = \frac{1110,67}{221,91} = 5,005$$

2. Ön a Kanyargó Tanya Nyrt. pénzügyi igazgatója, és azt a feladatot kapta, hogy a következő három évben határozza meg a cég osztalékfizetési politikáját. A cég 4 év múlva 50%-os osztalékfizetési rátát ígért tulajdonosainak, ez rögzített, de addig bárhogyan alakíthatja az osztalék kifizetését. Mivel az SPM-esek a következő években biztosan oda fognak járni kirándulni, így a cég sajáttőke arányos nyereségét 20%-on biztosítotttnak ítéli meg. A kismarosi telep értéke 10 MFt, amely a cég saját tőkéjét is jelenti egyben. A cég finanszírozásához hitelt nem használnak fel, az osztalékként ki nem fizetett összeget visszaforgatják a telephely fejlesztésére.

Az elvárt hozam 17% minden lejáratra. A részvénytársaságnak összesen 1000 db részvénye van.

- a) Ön úgy döntött, hogy a következő három évre 10%-os osztalékfizetési rátát határoz meg. Helytálló volt-e döntése? Miért?
- b) Mekkora a cég értéke és P/E-rátája?
- c) Mekkora a cég értékében a növekedési lehetőségek jelenértékének aránya?
- d) Hogyan változna az P/E-ráta, ha ezentúl a cégben minden nyereséget kiosztanának osztalékként?

Megoldás

- a) Mivel $ROE > 17\%$, így pozitív nettó jelenértékű az újrabefektetés, tehát megéri a keletkező nyereség minél nagyobb részét visszaforgatni a cégbe. Optimális tehát a 0%-os osztalékfizetési ráta lenne.
- b) Mivel a ROE végig 20%, így felhasználva az alábbi összefüggéseket meghatározható a cég egy részvényére jutó osztalékok sorozata. Ennek jelenértéke adja egy részvény értékét (a vége egy növekvő tagú örökjáradék).

$Earnings_t = ST_{t-1} \cdot ROE_t$; $DIV_t = EPS_t \cdot dp_t$; $PB_t = Earnings_t \cdot (1 - dp_t)$; $ST_t = ST_{t-1} + PB_t$, $g_t = \frac{DIV_t}{DIV_{t-1}}$, ahol dp az osztalékfizetési hányad, PB az újrabefektetés mértéke, EPS az egy részvényre jutó nyereség.

$$P_0 = \frac{0,2}{1,17} + \frac{0,236}{1,17^2} + \frac{0,278}{1,17^3} + \frac{1,643}{0,17 - 0,1} \cdot \frac{1}{1,17^3} = 15,172 \text{ eFt}$$

Mivel 1000 részvénye van a cégnek, így a cég értéke 15 172 eFt. A P/E ráta pedig $\frac{15,172}{2} = 7,586$.

év	ST	ROE	Earnings	EPS	dp	PB	DIV	g
0	10 000							
1	11 800	20%	2000	2	10%	1800	0,2	
2	13 924	20%	2360	2,36	10%	2124	0,236	18%
3	16 430	20%	2785	2,785	10%	2506	0,278	18%
4	18 073	20%	3286	3,286	50%	1643	1,643	490%
5	19 881	20%	3615	3,615	50%	1807	1,807	10%
6	21 869	20%	3976	3,976	50%	1988	1,988	10%

c) Mivel $P_0 = PV(g = 0) + PVGO$, innen $PVGO = P_0 - \frac{EPS_0}{r} = 15,172 - \frac{2}{0,17} = 3,408 \text{ eFt}$, az aránya így: $\frac{3,408}{15,172} = 0,2246 \Rightarrow 22,46\%$.

d) Ekkor egy részvény értéke éppen a PVGO mértékével csökkenne, így $P_0 = 15,172 - 3,408 = 11,764 \text{ eFt}$. Az EPS értéke viszont nem változna meg, tehát $P/E_{új} = 11,764/2 = 5,882$.

3. A BBB vállalat jövőre 443,2 Ft-os eredményt ér el egy részvényre vetített értéket számítva. A vállalat növekedési lehetőségeinek jelenértéke a cég részvényeinek árfolyamában ma 2374,3 Ft. A sajáttőke arányos nyeresége 18%, ezt a jövedelmezőséget hosszú távon képes fenntartani. A vállalat idén, jövőre és a továbbiakban is eredményének 40%-át osztja ki osztalékként. A vállalat részvényeinek P/BV aránya 2,25.

- Mekkora a BBB vállalat részvényeinek értéke ma?
- A részvényárfolyam hány százaléka származik a növekedési lehetőségekből? Hány forintot érne a vállalat egy részvénye a növekedési lehetőségek nélkül?
- Mekkora a növekedési ütem, és mekkora az elvárt hozam?

Megoldás

- Az egy részvényre jutó sajáttőke mai értéke $EPS_1/ROE_1 = 443,2/0,18 = 2462 \text{ Ft}$, mivel $Earnings_1 = ST_0 \cdot ROE_1$. Innen $P_0 = \text{Egy részvényre jutó } ST_0 \cdot \frac{P}{BV} = 2462 \cdot 2,25 = 5540 \text{ Ft}$, mivel a sajáttőke éppen a cég könyv szerinti értéke.
- Mivel $PVGO = 2374,3 \text{ Ft}$, így a részvény árfolyamának 42,86%-a származik a növekedési lehetőségekből. A vállalat egy részvénye tehát 3165,7 Ft-ot érne e nélkül.
- Mivel a vállalat egy részvényének értéke növekedési lehetőségek nélkül éppen EPS_1/r lenne, amiről tudjuk, hogy 3165,7 Ft, és ismert, hogy $EPS_1 = 443,2 \text{ Ft}$, így $r = 14\%$. Az osztalék éves növekedési üteméhez számítsuk ki az osztalék értékét, ami $DIV_1 = EPS_1 \cdot 0,4 = 177,3 \text{ Ft}$. Mivel $P_0 = \frac{DIV_1}{r-g}$, innen $g = 10,8\%$.

4. Az AAA vállalat idén 300 Ft-os eredményt ért el egy részvényre vetített értékét számítva. A vállalat ROE-je 18%, ezt a jövedelmezőséget hosszú távon képes fenntartani. A vállalat idén, jövőre és a továbbiakban is eredményének 40%-át osztja ki osztalékként. A cég részvényeitől elvárt hozam 14%, minden befektetési időtávra.
- Mekkora az AAA vállalat részvényeinek értéke ma?
 - A részvényárfolyam hány százaléka származik a növekedési lehetőségekből? Hány forintot jelent mindez?
 - Mekkora a P/BV ráta?

Megoldás

- Mivel időben előre haladva az osztalék növekedési üteme állandó lesz, ezt kell kiszámítani a 0. és az 1. periódus között. A 0. periódusban az egy részvényre jutó sajáttőke $EPS_0/ROE = 1667$ Ft (ez BV_{-1} egy részvényre vetítve). Az egy részvényre jutó újrabefektetés az első évben $EPS_0 \cdot (1 - dp) = 180$ Ft. Az első periódusban tehát az egy részvényre jutó sajáttőke 1847 Ft. Innen $EPS_1 = 1847 \cdot 0,18 = 332,4$ Ft. Az osztalék 132,96 Ft, vagyis az osztalék növekedési üteme 10,8%. Egy részvény értéke tehát $P_0 = \frac{132,96}{0,14 - 0,108} = 4155$ Ft. (Mivel az idei kifizetés már megvolt, és a növekvő tagú örökjáradék számítása jövőtől indul.)
Egyszerűbben, $EPS_1 = EPS_0 + EPS_0 \cdot (1 - dp) \cdot ROE$, vagyis $g = (1 - dp) \cdot ROE$.
 - $EPS_1/r = 332,4/0,14 = 2374$ Ft. Innen $PVGO = 4155 - 2374 = 1781$ Ft, ami 43%.
 - $BV_0 = EPS_1/ROE = 1847$ Ft (egy részvényre), innen $P/BV = 2,25$.
5. Az Arc&Könyv Nyrt. jelenleg 15%-os sajáttőke arányos jövedelmezőséggel működik. A tisztán saját tőkéből finanszírozott internetes vállalat filozófiája szerint minél több ügyfelet szereznek az általuk üzemeltetett elektronikus könyvbe, annál értékesebb a szolgáltatásuk. A tervek szerint a következő három évben az eredmény jelentősen növekszik évente, s ebben az időszakban nem fizetnek osztalékot. Várakozásaik alapján a negyedik évtől már 17%-os jövedelmezőséget is elérnek az üzleten, viszont az elért eredmény 100%-át osztalékként kifizetik. A cég saját tőkéje 900 Mft. A vállalat részvényeitől elvárt hozam 15%.
- Mekkora az Arc&Könyv Nyrt. részvényeinek árfolyama?
 - Javasolná-e a cégvezetésnek, hogy a 4. évtől kezdve csak 40%-os osztalékfizetési rátát használjanak?
 - Mekkora részét teszi ki a részvényárfolyamnak a növekedési lehetőségek jelenértéke (PVGO) az eredeti osztalékpolitika mellett?
 - Mekkora a cég forward P/E rátája?
 - Milyen három dolgot jelenthet, ha a P/E ráta magas?

Megoldás

- A sajáttőke és az osztalék alakulását mutatja az alábbi táblázat.

megnevezés	1	2	3	4	5
ROE	15%	15%	15%	17%	17%
ST	900	1035	1190	1369	1369
Earnings	135	155	179	233	233

DIV	0	0	0	233	233
PB	135	155	179	0	0

Mivel az árfolyam az osztalékok jelenértéke, így $P_0 = \frac{233}{0,15} \cdot \frac{1}{1,15^3} = 1021$ M Ft (osztva a részvények számával).

- b) Igen, hiszen $ROE > r$, tehát az elvart hozamnál jobban teljesít várhatóan a cég.
- c) $PVGO = P_0 - EPS_1/r = 1021 - 135/0,15 = 121$ Ft, azaz 11,9%-át.
- d) $P/E = 1021/135 = 7,57$.
- e) Kisebb az elvart hozam (alacsonyabb a cég kockázata); nagyobb a növekedési ütem; alacsony a várható nyereség.
6. A Kibuc Rt. részvényei után tegnap fizették ki a részvényenkénti 200 Ft-os osztalékot. A társaság hagyományos osztalékpolitikája szerint az eredmény 30%-át osztja fel. A társaság hatékonyságjavítást tervez, amellyel a tervek szerint az előző évekkkel ellentétben már nem 8%-os, hanem 12%-os sajáttőke arányos jövedelmezőséggel fog majd működni. A részvényesek elvart hozama várhatóan továbbra is 11%.
- a) Mekkora lehetett az egy részvényre jutó sajáttőke egy évvel ezelőtt? Mekkora volt az egy részvényre jutó sajáttőke idén év elején?
- b) Mekkora egy részvény elméleti árfolyama?
- c) Mekkora a részvények értékében a növekedési lehetőségek jelenértéke?
- d) Mennyi lett a P/E ráta a változtatásokat követően?
- e) A rendelkezésre álló adatok alapján milyen osztalékpolitikát javasolt volna a társaságnak az idei évig és milyen a jövőben? Válaszát indokolja!

Megoldás

- a) Mivel az előző éves nyereség 30%-át fizette ki a vállalat, így az egy részvényre jutó nyereség $EPS_0 = \frac{DIV_0}{0,3} = \frac{200}{0,3} = 667$ Ft volt. Mivel $Earnings_0 = ST_{-1} \cdot ROE$, amely egy részvényre vetítve is igaz, így az egy részvényre jutó sajáttőke egy évvel ezelőtt $\frac{EPS_0}{ROE} = \frac{667}{0,08} = 8333$ Ft volt. Most az egy részvényre jutó sajáttőke $ST_0 = ST_{-1} + (1 - dp) \cdot EPS_0 = 8333 + 0,7 \cdot 667 = 8800$ Ft.
- b) A részvény árfolyama a várható osztalékok jelenértéke. $DIV_1 = ST_0 \cdot ROE \cdot dp = 8800 \cdot 0,12 \cdot 0,3 = 316,8$ Ft. Az osztalékok növekedési üteme $g = (1 - dp) \cdot ROE = 0,7 \cdot 0,12 = 0,084 \Rightarrow 8,4\%$. Az osztalékok jelenértéke egy növekvő tagú örökjáradék: $P_0 = \frac{DIV_1}{r-g} = \frac{316,8}{0,11-0,084} = 12\,185$ Ft.
- c) Ha a vállalat a teljes nyereséget kifizetné, osztaléka $DIV_1 = ST_0 \cdot ROE = 8800 \cdot 0,12 = 1056$ Ft lenne, ennek az örökjáradéknak a jelenértéke $\frac{1056}{0,11} = 9600$ Ft. Ez alapján $PVGO = 12\,185 - 9600 = 2585$ Ft.
- d) $\frac{P}{E} = \frac{P_0}{EPS_1} = \frac{12185}{1056} = 11,54$
- e) Mivel eddig az elvart hozamnál kisebb sajáttőke arányos megtérülést biztosított a vállalat, így a nyereség teljes (100%-os) osztalékként való kifizetése lett volna ideális. A

hatékonyságjavítás után azonban a ROE nagyobb lesz, mint az elvárt hozam, tehát a minél kisebb osztalékfizetés az optimális.

7. A „Sárga” Nyrt. egy egyenletesen növekvő árbevételű vállalat, melynek következő évi osztaléka várhatóan részvényenként 200 Ft lesz. A részvény jelenlegi árfolyama 1700 Ft. A vállalat osztalékpolitikája hosszú idő óta az volt, hogy az adózás utáni eredmény 70%-át fizette ki osztalék formájában, s ezen a politikán nem is kíván változtatni. A cég sajáttőke arányos nyeresége tartósan 12% volt, az elemzők szerint a vállalat ezt hosszú távon tartani képes.
- a) A jelenlegi árfolyam alapján mekkora hozamot várnak el a befektetők a vállalat részvényeitől?
 - b) Mekkora a PVGO? Mit jelent ez?
 - c) Több, vagy kevesebb osztalékot lenne érdemes fizetni, ha a visszatartott nyereségből beruháznának?
 - d) Mekkora a P/E ráta?
 - e) Mekkora a részvény osztalékhozama?

Megoldás

- a) Az egy év múlva esedékes osztalék 200 Ft, ennek éves növekedési üteme $g = (1 - dp) \cdot ROE = 0,3 \cdot 0,12 = 0,036$. Ez alapján a részvény árfolyama egy növekvő tagú örökjáradék, $P_0 = \frac{DIV_1}{r-g}$, ahonnan $r = \frac{DIV_1}{P_0} + g = \frac{200}{1700} + 0,036 = 0,1536 \Rightarrow 15,36\%$.
- b) Teljes osztalékfizetés mellett az osztalék értéke $\frac{200}{0,7} = 285,7$ Ft lenne. A részvény árfolyama ekkora $\frac{285,7}{0,1536} = 1860$ Ft lenne, így $PVGO = 1700 - 1860 = -160$ Ft. Ezt azt jelenti, hogy a vállalatban nincs valós növekedési potenciál, hiszen a befektetett tőke által elért hozam (ROE) kisebb az elvárt hozamnál. Nem éri meg ebbe a vállalatba több tőkét fektetni.
- c) Többet, hiszen nem éri meg beruházni, mert a növekedési lehetőségek jelenértéke (PVGO) negatív, ugyanis a cégtől várható megtérülés kisebb az elvárt hozamnál.
- d) Az egy részvényre jutó nyereség a következő évben $EPS_1 = \frac{200}{0,7} = 285,7$ Ft, mert a nyereség 70%-át fizetik ki osztalékként, ami várhatóan 200 Ft lesz. Ez alapján $\frac{P}{E} = \frac{P_0}{EPS_1} = \frac{1700}{285,7} = 5,95$.
- e) Az osztalékhozam az éves osztalék osztva a részvényárfolyammal, tehát $\frac{DIV_1}{P_0} = \frac{200}{1700} = 0,1176 \Rightarrow 11,76\%$.

IV. Portfólióelmélet és a tőkepiaci eszközök árazása

1. Az **A** cég részvényhozamainak szórása 20%, bétája 1,1. A **B** vállalat részvényhozamainak szórása 30%, bétája 0,9. A piaci portfólió (**M**) várható hozama 15%, szórása 25%, a kockázatmentes hozam 10%. A két cég és a piac együttmozgását az alábbi korrelációs mátrix jellemzi:

korreláció	A	B	M
A	1	0,3	0,625
B	0,3	1	0,75
M	0,625	0,75	1

A CAPM feltevései fennállnak.

- Mekkora az **A** és a **B** részvény várható hozama?
- Számolja ki mekkora az **A** és a **B** részvényből tartott **P** portfólió várható hozama és szórása, ha pénze 1/4-ét **A**-ba, 3/4-ét **B**-be fekteti!
- Mekkora a bétája annak az **X** portfóliónak, amely 125%-ban ebből a **P** portfólióból áll, és a 125%-os befektetés eléréséhez 25%-os kockázatmentes hitelt vett fel?
- Mekkora az **X** várható hozama és szórása? Dominálja-e **X** a piaci portfóliót?
- Mekkora az egyedi és a szisztematikus kockázat aránya az **X** portfólióban?

Megoldás

- Felhasználva a CAPM alapegyenletét, $E(r_A) = r_f + \beta_A(E(r_M) - r_f) = 10\% + 1,1 \cdot (15\% - 10\%) = 15,5\%$, hasonlóan $E(r_B) = 10\% + 0,9 \cdot (15\% - 10\%) = 14,5\%$.
- $E(r_P) = \frac{1}{4} \cdot E(r_A) + \frac{3}{4} \cdot E(r_B) = 14,75\%$. A szórások esetén $\sigma_P^2 = 0,25^2 \cdot 20^2 + 0,75^2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot 0,3 \cdot 20 \cdot 30 = 598,75$, amiből $\sigma_P = 24,57\%$.
- Először határozzuk meg az **X** portfólió várható hozamát. $E(r_X) = 1,25 \cdot E(r_P) - 0,25 \cdot r_f = 1,25 \cdot 14,75\% - 0,25 \cdot 10\% = 15,9375\%$. Innen a CAPM alapján $\beta_X = \frac{E(r_X) - r_f}{E(r_M) - r_f} = \frac{15,9375\% - 10\%}{15\% - 10\%} = 1,1875$.
Alternatív megoldási mód: $\beta_X = 1,25 \cdot \beta_P = 1,25 \cdot (0,25 \cdot \beta_A + 0,75 \cdot \beta_B) = 1,25 \cdot (0,25 \cdot 1,1 + 0,75 \cdot 0,9) = 1,1875$.
- A várható hozamot már az előző részben kiszámoltuk, $E(r_X) = 15,9375\%$. $\sigma_X^2 = 1,25^2 \cdot \sigma_P^2 + 0 = 1,25^2 \cdot 598,75 = 935,5$, amiből $\sigma_X = 30,6\%$. Nem dominálja a piaci portfóliót, mert bár a várható hozama nagyobb, de a kockázata (szórása) is.
- Mivel a teljes kockázat a szisztematikus (piaci) és az egyedi kockázat összege, a piaci kockázat pedig $\beta_X^2 \cdot \sigma_M^2 = 1,1875^2 \cdot 25^2 = 742,2$, a teljes kockázat $\sigma_X^2 = 935,5$, innen a piaci kockázat aránya 79%, az egyedi kockázata pedig 21%.

2. Ön **A** és **B** részvényt vásárolt és ebből egy saját kezelésű portfóliót képzett. A legfontosabb adatokat az alábbi táblázatba gyűjtötte össze (nem minden adathoz fért hozzá!):

kovariancia	A	B	piaci (M)	saját (S)
A	100	X	47,64	X
B		225	166,74	X
piaci			131	X
saját				95,25
hozam	10%	25%	20,5%	17,5%

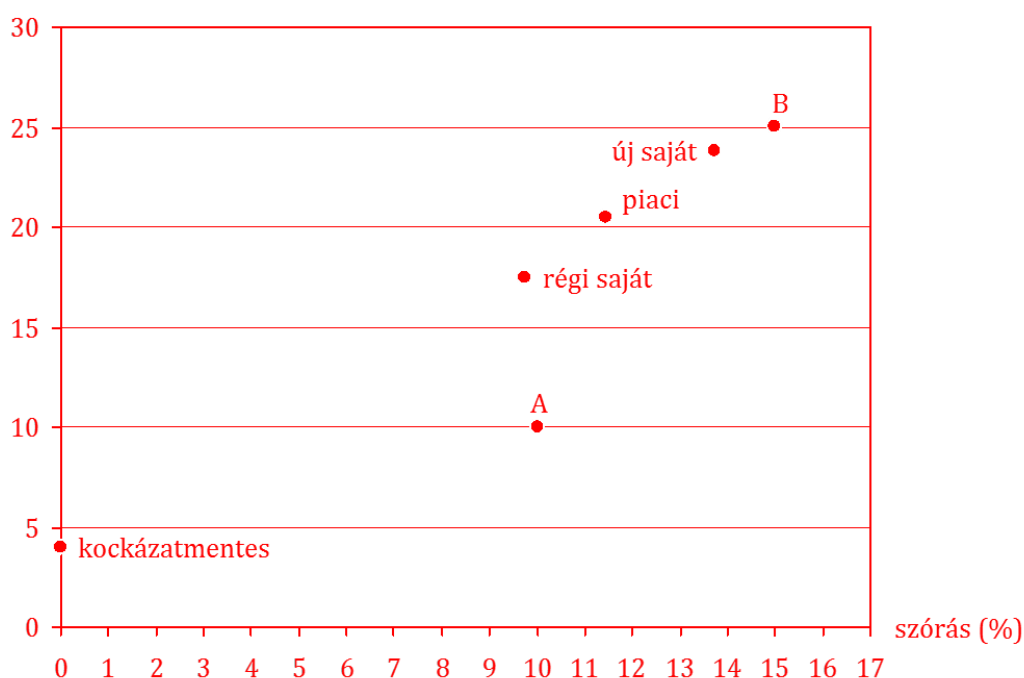
- Mekkora a részvények aránya a portfólióinkban?
- Mekkora a két részvény közötti kovariancia?
- Mekkora a két részvény közötti korreláció?
- Mekkora az egyes részvények bétája?
- Mekkora a portfólióink bétája?
- Mekkora a kockázatmentes hozam, ha a CAPM feltevései fennállnak?
- Portfólióinknak mekkora része egyedi, illetve szisztematikus (piaci) kockázat?
- Mekkora a saját portfóliójának a Sharpe-rátája és a Treynor-mutatója?
- Ön átstrukturálja a portfólióját, és most már a CAPM-nek megfelelő portfóliót tartja, amelyhez 20%-hitelt is felvesz. Mekkora az új portfóliójában az **A**, illetve a **B** részvény és a hitel aránya?
- Ábrázolja az **A**, illetve a **B** részvényt, a kockázatmentes eszközt, a piaci és a régi, illetve az új saját portfólióját a kockázat-hozam térben!

Megoldás

- Legyen az **A** részvény aránya w , a **B**-é $1 - w$. Ekkor $w \cdot 10\% + (1 - w) \cdot 25\% = 17,5\%$, amiből $w = 0,5$.
- $Cov(r_A, r_B) = ?$, ehhez $\sigma_S^2 = 95,25 = 0,5^2 \cdot 100 + 0,5^2 \cdot 225 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot Cov(r_A, r_B)$, amiből $Cov(r_A, r_B) = 28$.
- $\rho_{A,B} = \frac{Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B} = \frac{28}{10 \cdot 15} = 0,187$
- $\beta_A = \frac{Cov(r_A, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{47,64}{131} = 0,364$; $\beta_B = \frac{Cov(r_B, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{166,74}{131} = 1,273$
- $\beta_S = 0,5 \cdot \beta_A + 0,5 \cdot \beta_B = 0,818$
- Tetszőleges részvényt vagy portfóliót tekinthetünk (tehát **A**-t, **B**-t, a piaci vagy a saját portfóliót), amire felírva a CAPM alapegyenletét, kiszámítható a kockázatmentes hozam. Pl. $E(r_A) = r_f + \beta_A \cdot (E(r_M) - r_f)$, amiből $r_f = \frac{E(r_A) - \beta_A \cdot E(r_M)}{1 - \beta_A} = \frac{10\% - 0,364 \cdot 20,5\%}{1 - 0,364} = 4\%$.
- Mivel teljes kockázat = piaci kockázat + egyedi kockázat, formálisan $\sigma_S^2 = \beta_S^2 \cdot \sigma_M^2 + \varepsilon_S^2$, amiből $\varepsilon_S^2 = 95,25 - 0,818^2 \cdot 131 = 7,59$, vagyis a kockázat $\frac{7,59}{95,25} = 0,079$ része (7,9%-a) egyedi, míg 0,921 hányada (92,1%-a) piaci kockázat.
- Sharpe-ráta: $S_S = \frac{E(r_S) - r_f}{\sigma_S} = \frac{17,5\% - 4\%}{\sqrt{95,25\%}} = 1,383$; Treynor-mutató: $T_S = \frac{E(r_S) - r_f}{\beta_S} = \frac{17,5 - 4}{0,818} = 16,5$.

- i) Mivel a CAPM értelmében minden befektető a piaci portfólió és a kockázatmentes eszköz kombinációját tartja (a CML-en mozog), így az új saját portfólió éppen 120% piaci (**M**) portfólió és 20% hitel lesz (shortoljuk a kockázatmentes eszközt). Először is határozzuk meg, hogy a piaci portfólió milyen arányban áll **A** és **B** részvényekből. Az arányok meghatározhatók a várható hozamból vagy a varianciából is. Várható hozam esetén egyszerűbb a helyzet: $E(r_M) = 20,5\% = w \cdot E(r_A) + (1 - w) \cdot E(r_B) = w \cdot 10\% + (1 - w) \cdot 25\%$, amiből $w = 0,3$. Mivel azonban 20% hitelt is felvettünk, így részvényből áll a portfólió 120%, és kockázatmentes hitelből pedig -20% . Az **A** részvény aránya tehát $0,3 \cdot 1,2 = 0,36$, a **B** részvény aránya pedig $(1 - 0,3) \cdot 1,2 = 0,84$.
- j) Az ábra elkészítéséhez meg kell határozni az új saját portfólió várható hozamát és szórását. $E(r_{új}) = 1,2 \cdot E(r_M) - 0,2 \cdot r_f = 1,2 \cdot 20,5\% - 0,2 \cdot 4\% = 23,8\%$; $\sigma_{új}^2 = 1,2^2 \cdot \sigma_M^2 + 0 = 1,2^2 \cdot 131 = 188,65$, amiből $\sigma_{új} = 13,74\%$.

várható hozam (%)



3. Az **A** részvény várható hozama 20%, a **B** részvényé 30%. Az **A** részvény szórása 30%, a **B** részvényé 40%. A két eszköz közötti korreláció 0,6. A kockázatmentes hozam 15%.
- a) Mennyi az **X** és **Y** portfólió várható hozama és kockázata, ha az **X** portfólióban az **A** részvény 40%-os súllyal, az **Y** portfólióban pedig 80%-os súllyal szerepel?
- b) Ha az érintési portfólió varianciája 910, akkor mennyi az érintési portfólióban az **A** és a **B** eszköz, valamint a kockázatmentes eszköz aránya?

Megoldás

- a) $E(r_X) = 0,4 \cdot 20\% + 0,6 \cdot 30\% = 26\%$; $E(r_Y) = 0,8 \cdot 20\% + 0,2 \cdot 30\% = 22\%$; $\sigma_X^2 = 0,4^2 \cdot 30^2 + 0,6^2 \cdot 40^2 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 30 \cdot 40 = 1065,6$, amiből $\sigma_X = 32,6\%$; $\sigma_Y^2 = 0,8^2 \cdot 30^2 + 0,2^2 \cdot 40^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 30 \cdot 40 = 870,4$, amiből $\sigma_Y = 29,5\%$.

- b) $\sigma_{\text{érintési}}^2 = 910 = w^2 \cdot 30^2 + (1-w)^2 \cdot 40^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot 0,6 \cdot 30 \cdot 40$, amiből átrendezés után kapjuk, hogy $0 = 1060w^2 - 1760w + 690$, ebből pedig $w_1 = 1,026$ és $w_2 = 0,635$. Mindkét eset lehetséges, és az lesz a piaci portfólió, ahol a várható hozam magasabb. $E(r_1) = 1,026 \cdot 20\% - 0,026 \cdot 30\% = 19,74\%$ és $E(r_2) = 0,635 \cdot 20\% + 0,365 \cdot 30\% = 23,65\%$, tehát $w = 0,635$ az A részvény súlya az érintési portfólióban. (A piaci portfólióban nem szerepel a kockázatmentes eszköz, tehát annak a súlya szükségképpen 0.) A ködös Albionban egy befektetési alap csak két részvényt helyezett portfóliójába. Az Esernyő Nyrt. és a Napernyő Nyrt. cég részvényeit választották ki. Az Esernyő részvénybe 50 Mft-ot, a Napernyő részvénybe 150 Mft-ot fektettek. Az Esernyő részvény hozamainak szórása 21%, a Napernyőé 16%. A két részvény hozama közötti korrelációs együttható $-0,4$. A piaci portfóliótól elvárt hozam 20%, a hozamok szórása 18%, a hozamokkal az Esernyő részvényhozamok korrelációja 0,7, a Napernyő részvényhozamok korrelációja pedig 0,4. A kockázatmentes hozam 5%. A CAPM feltevései fennállnak.
- a) Készítse el a két részvény kovariancia-mátrixát!
- b) Mekkora a Napernyő és mekkora az Esernyő részvény bétája? Fejtse ki, mit jelentenek ezek a számok a részvények konjunktúra érzékenysége vonatkozásán!
- c) Mekkora az egyes részvényektől elvárt hozam?
- d) Mekkora a befektetési alap portfóliójától elvárt hozam és mekkora a szórás?
- e) Mekkora részét magyarázza ennek a portfóliónak a piaci és mennyit az egyedi kockázat? Hatékony-e a befektetési alap portfóliója?
- f) Egy befektető hasznosság-függvénye $U(r, \sigma) = E(r) - 0,005A\sigma^2$ alakú. Egy $A = 4$ paraméterrel jellemezhető befektető számára mekkora fix hozam lenne ugyanolyan hasznosságú, mint ez a befektetés?

Megoldás

- a) Mivel adottak a szórások és a korrelációk, így $Cov(r_E, r_N) = -0,4 \cdot 21 \cdot 16 = -134,4$, $Cov(r_E, r_M) = 0,7 \cdot 21 \cdot 18 = 264,6$, és $Cov(r_N, r_M) = 0,4 \cdot 16 \cdot 18 = 115,2$, innen a variancia-kovariancia mátrix:

kovariancia	E	N	M
E	441	-134,4	264,6
N		256	115,2
M			324

- b) $\beta_E = \frac{Cov(r_E, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{264,6}{324} = 0,817$, illetve $\beta_N = \frac{115,2}{324} = 0,356$. Az Esernyő jobban konjunktúra érzékeny, jobban együttmozog a piaccal, mint a Napernyő.
- c) $E(r_E) = r_f + \beta_E(E(r_M) - r_f) = 5\% + 0,817 \cdot (20\% - 5\%) = 17,26\%$, illetve $E(r_N) = 5\% + 0,356 \cdot (20\% - 5\%) = 10,34\%$.
- d) $E(r_P) = \frac{50}{200} \cdot E(r_E) + \frac{150}{200} \cdot E(r_N) = 0,25 \cdot 17,26\% + 0,75 \cdot 10,34\% = 12,07\%$; $\sigma_P^2 = 0,25^2 \cdot \sigma_E^2 + 0,75^2 \cdot \sigma_N^2 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot Cov(r_E, r_N) = 0,25^2 \cdot 441 + 0,75^2 \cdot 256 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot (-134,4) = 121,16$, amiből $\sigma_P = 11\%$.
- e) A teljes kockázata a portfóliónak: $\sigma_P^2 = 121,16$, ebből a piaci kockázat: $\beta_P^2 \cdot \sigma_M^2 = (0,25 \cdot \beta_E + 0,75 \cdot \beta_N)^2 \cdot \sigma_M^2 = 71,95$, és az egyedi kockázat: $\varepsilon_P^2 = \sigma_P^2 - \beta_P^2 \cdot \sigma_M^2 = 49,21$. Vagyis a portfólió kockázatának 59%-a piaci kockázat, 41%-a pedig egyedi kockázat. A

befektetési alap portfóliója nem hatékony, mert van benne egyedi kockázat, ami megfelelő diverzifikációval eltüntethető lenne.

- f) A jelenlegi portfólió mellett a befektető hasznossága: $U(r, \sigma) = 12,07 - 0,005 \cdot 4 \cdot 121,6 = 9,638$. Mivel fix hozam esetén a kockázat (szórás) nulla, így egy 9,638% fix hozamú befektetés lenne egyenértékű a befektető számára a jelenlegi portfóliójával.

5. A piaci portfólió szórása 26,76%, várható hozama 20%. A kockázatmentes hozam 5%, a kockázatmentes eszköz bétája zérus. A Halloween Inc. vállalat részvényhozamának szórása 25%, várható hozamát a piac 10%-osnak véli. A Halloween részvény korrelációja a piaccal 0,8.
- Mekkora a piaci portfólió Sharpe-rátája?
 - Mekkora a Halloween részvény Sharpe-rátája?
 - Mekkora a Halloween részvény bétája?
 - Pontosan elkészített ábrán mutassa meg, hogy hol helyezkedik el a Halloween Inc. részvény a CAPM szerinti értékpapírpiaci egyeneshez képest. Alul vagy felülárzott részvényről beszélünk? Ön mit tenne a részvénnnyel, venné vagy eladná?
 - Jelenlegi helyzetben a CAPM minden feltevése él?
 - Tegyük fel, hogy a befektetők hatására a részvény hozama a CAPM szerinti egyensúlyra igazodik. Mekkora ekkor a várt hozam?
 - Ebben az új állapotban a Halloween részvény esetén mekkora arányú a szisztematikus és az egyedi kockázat a részvény teljes kockázatához képest?
 - Ebben az új állapotban befektet a Halloween részvénybe, de úgy hogy a 125 egységnyi befektetésben 100 egység saját tőkéhez 25 egység hitelt vesz fel. Rajta van-e ez a portfólió az értékpapírpiaci egyenesen? Állítását számítással indokolja!

Megoldás

$$a) S_M = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} = \frac{20\% - 5\%}{26,76\%} = 0,561$$

$$b) S_H = \frac{E(r_H) - r_f}{\sigma_H} = \frac{10\% - 5\%}{25\%} = 0,2$$

$$c) \beta_H = \frac{Cov(r_H, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{0,8 \cdot 26,76 \cdot 25}{26,76^2} = 0,747$$

- d) A Halloween részvényeinek CAPM szerinti várható hozama $r_H = 5\% + 0,747 \cdot (20\% - 5\%) = 16,21\%$ lenne. Azaz a részvény felülárzott (kisebb hozamot biztosít, mint amit ilyen kockázat mellett várna a piac), el kellene adni vagy shortolni (de ez nem arbitrázs!).



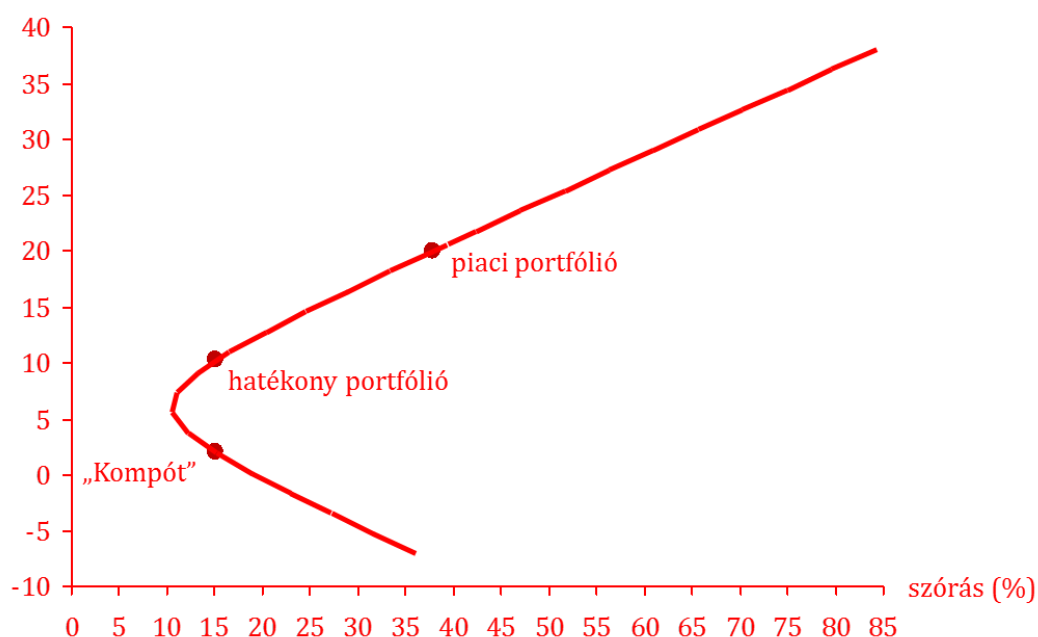
- e) Nem, félreárazás van, valamelyik (nem tudjuk melyik) feltevés sérül.
- f) 16,21%, már kiszámoltuk korábban.
- g) A teljes kockázat $\sigma_H^2 = 25^2 = 625$; a szisztematikus kockázat $\beta_H^2 \cdot \sigma_M^2 = 0,747^2 \cdot 26,76^2 = 400$; az egyedi kockázat pedig $\varepsilon_H^2 = 625 - 400 = 225$. A szisztematikus kockázat aránya tehát $\frac{400}{625} = 0,64 \Rightarrow 64\%$, az egyedi kockázaté pedig $1 - 0,64 = 0,36 \Rightarrow 36\%$.
- h) A portfólió várható hozama $r_P = 1,25 \cdot 16,21\% - 0,25 \cdot 5\% = 19\%$, bétája $\beta_P = 1,25 \cdot 0,747 = 0,93$. Természetesen rajta van az értékpapírpiaci egyenesen, hiszen két, már az értékpapírpiaci egyenesen lévő pont affin kombinációját vettük. (Számítással: a 0,93-as bétához tartozó várható hozam szintén $5\% + 0,93 \cdot (20\% - 5\%) = 19\%$. Kisebb kerekítési hibák előfordulhatnak, ha nem a pontos értékekkel számolunk tovább.)
6. A „Kompót” Alapkezelő Zrt. portfóliója egy kételemű portfólió, amely határportfólió is egyben. Az „Alma” részvénynek 15%-os várható hozama van, a hozamok szórása 25%. A „Birsalma” részvényről azt tudjuk, hogy bétája $-0,2$. A kockázatmentes hozam 5%. A piaci portfólió szórása 37,76%, várható hozama 20%, a „Birsalma” részvénnel való korrelációja $-0,5$. A CAPM feltevései fennállnak.
- a) Mekkora a „Birsalma” részvény várható hozama és hozamának szórása?
- b) Határozza meg az érintési portfólió összetételét!
- c) Határozza meg a „Kompót” portfólió összetételét, ha hozama 2%!
- d) Hatékony portfólió-e a „Kompót”? Válaszát számítással és rajzzal is indokolja!
- e) Lehet-e egy részvény várható hozama negatív? Mit jelent ez? Szerepelhet-e egy ilyen részvény a piaci portfólióban? Miért?

Megoldás

- a) A szórás: $\beta_B = \frac{\sigma_B \cdot \sigma_M \cdot \rho_{B,M}}{\sigma_M^2}$, ebből $\sigma_B = \frac{\beta_B \cdot \sigma_M}{\rho_{B,M}} = \frac{-0,2 \cdot 37,76\%}{-0,5} = 15,1\%$; a hozam: $r_B = r_f + \beta_B \cdot (r_M - r_f) = 5\% - 0,2 \cdot (20\% - 5\%) = 2\%$.
- b) A piaci portfólió az érintési portfólió. $w \cdot r_A + (1 - w) \cdot r_B = r_M$, innen $w = 1,385$, mert $1,385 \cdot 15\% + (1 - 1,385) \cdot 2\% = 20\%$, tehát $w_A = 1,385$ és $w_B = -0,385$.

- c) A „Kompót” portfólió hozama 2%, a „Birsalma” részvényé is, így csak „Birsalma” részvényből áll.
- d) Egy portfólió akkor hatékony, ha adott szórás mellett a lehető legnagyobb várható hozamot biztosítja. Mivel a „Kompót” (ami ugyanaz, mint a „Birsalma”) és a piaci portfólió is határportfólió, így a teljes határportfólió előállítható. A feladat tehát a hozam maximalizálása adott szórás (variancia) mellett. A célfüggvény: $\max_w w \cdot 2\% + (1 - w) \cdot 20\%$, a korlát pedig: $\sigma_B^2 = 228 = w^2 \cdot \sigma_B^2 + (1 - w)^2 \cdot \sigma_M^2 + 2 \cdot w \cdot (1 - w) \cdot \rho_{B,M} \cdot \sigma_B \cdot \sigma_M = w^2 \cdot 228 + (1 - w)^2 \cdot 1425,8 + 2 \cdot w \cdot (1 - w) \cdot (-0,5) \cdot 15,1 \cdot 37,76$. A korlát egy másodfokú egyenlet, két megoldással, $w_1 = 1$, illetve $w_2 = 0,54$. A hozam az első esetben 2% (a „Kompót”), míg a második esetben 10,3%, tehát a „Kompót” nem hatékony portfólió. A határportfólió grafikusan az alábbi ábrán látható. (A határportfóliót a két meglévő portfólió alapján Excelben határoztuk meg.)

várható hozam (%)



- e) Lehet, de ehhez az szükséges, hogy kellően nagymértékben és negatívan korreláljon a piaci portfólióval. Ekkor elképzelhető, hogy a portfólió kockázata jobban csökken, mint a hozama, ha bele vesszük ezt az adott részvényt is a portfólióba. Tehát javulást érhetünk el általa a hozam-szórás térben. Ugyanezen ok miatt magában a piaci portfólióban is szerepelhet, ha a piaci portfólió többi elemével erősen negatívan korrelál.

7. Egy kétrészvényes képzeletbeli gazdaságban a CAPM feltevései fennállnak. Az **A** és a **B** részvény, valamint a hatékony piaci portfólió közötti korrelációs mátrix a következő alakú:

korreláció	A	B	M
A	1	0,125	0,453
B		1	0,672
M			1

Az **A** részvény hozamainak szórása 20%, a **B** részvényé 30%. A piaci portfólió hozamainak szórása 21%-os. A piaci portfólió elvart hozama 16,25%, a kockázatmentes hozam pedig 5%. Az ön portfóliójában mindkét részvény 50–50%-os arányban szerepel.

- Mekkora az ön portfóliójának várható hozama, szórása és bétája?
- Mekkora Sharpe-ráta tartozik az ön portfóliójához?
- Az ön portfóliójának varianciájában hány százalékot tesz ki az egyedi kockázat?
- Mekkora a minimális varianciájú portfóliótól elvárt hozam?

Megoldás

- Először számoljuk ki a kovarianciákat. Ehhez használjuk fel a $Cov(X, Y) = \rho_{X,Y} \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y$ összefüggést.

kovariancia	A	B	M
A	400	75	190,26
B		900	423,36
M			441

Ezek után számoljuk ki az egyes részvények bétáját. $\beta_A = \frac{Cov(r_A, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{190,26}{441} = 0,431$, hasonlóan $\beta_B = 0,96$. Mivel portfóliónkban a két részvény súlya 0,5-0,5, így $\beta_p = 0,5 \cdot \beta_A + 0,5 \cdot \beta_B = 0,696$. Felhasználva a CAPM alapegyenletét, $E(r_p) = r_f + \beta_p(E(r_M) - r_f) = 12,83\%$. Végül a portfólió szórásához $\sigma_p^2 = 0,5^2 \cdot 400 + 0,5^2 \cdot 900 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 75 = 362,5$, amiből $\sigma_p = 19,04\%$.

$$b) S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{12,83\% - 5\%}{19,04\%} = 0,411$$

- Mivel a portfólió teljes kockázatából a piaci kockázat $\beta_p^2 \cdot \sigma_M^2 = 0,696^2 \cdot 441 = 213,45$, így a piaci kockázat aránya $\frac{213,45}{362,5} = 0,59 \Rightarrow 59\%$, az egyedi kockázaté pedig 41%.

- Egy tetszőleges **A** és **B** részvényből álló portfólió varianciája $\sigma^2 = w^2 \cdot 400 + (1-w)^2 \cdot 900 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot 75$, amelyet w szerint minimalizálva az elsőrendű feltétel (deriválásból) $2 \cdot w \cdot 400 + 2 \cdot (1-w) \cdot 900 \cdot (-1) + 2 \cdot 75 - 4 \cdot 75 \cdot w = 0$, amiből $w_{min var} = \frac{1650}{2300} = 0,717$. Továbbá tudni kell az **A** és **B** részvény elvárt hozamát. Ez a bétákból számolható felhasználva a CAPM egyenletét. $E(r_A) = 5\% + 0,431 \cdot (16,25\% - 5\%) = 9,85\%$, illetve hasonlóan $E(r_B) = 5\% + 0,96 \cdot (16,25\% - 5\%) = 15,8\%$. Innen $E(r_{min var}) = 0,717 \cdot 9,85\% + 0,283 \cdot 15,8\% = 11,53\%$ a minimális varianciájú portfóliótól elvárt hozam.

- A piacon csak két részvénybe, **X**-be és **Y**-ba fektethetjük a pénzünket. Az **X** részvény várható hozama 20%, az **Y** részvényé 25%. Variancia-kovariancia mátrixuk a következő:

kovariancia	X	Y
X	256	304
Y		361

- Mekkora a két eszköz hozama közötti korreláció?
- Ábrázolja a két részvényt és a belőlük kialakítható határ- és hatékony portfóliók halmazát a várható hozam-szórás térben!
- Milyen portfóliót alakít ki magának az a befektető (mekkora az egyes befektetések súlya), akinek a hasznosságfüggvénye a következő: $U(r, \sigma) = E(r) - 0,05 \cdot \sigma^2$ (ahol $E(r)$ a

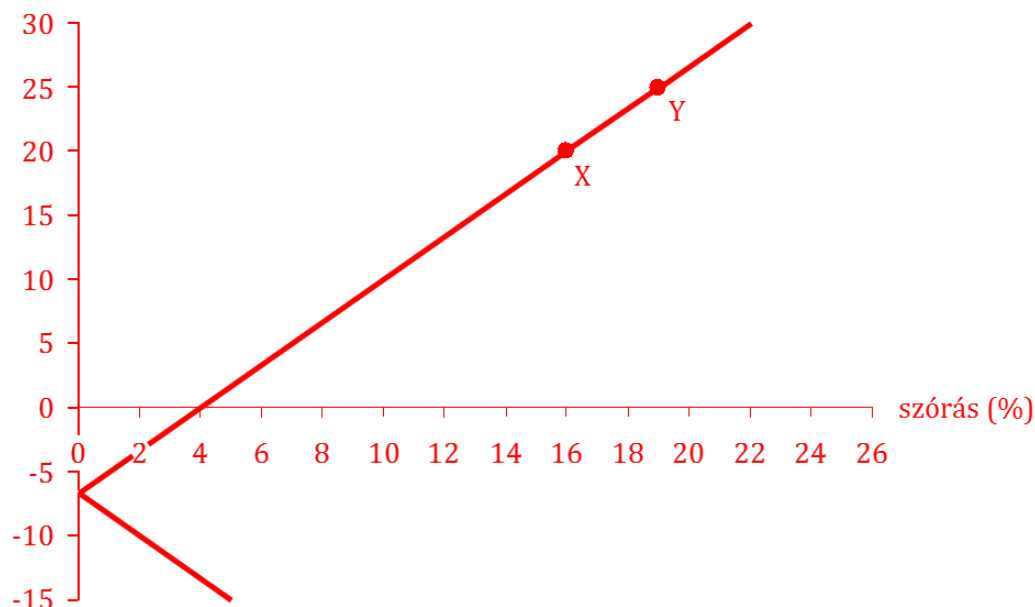
portfólió várható hozamát, σ pedig a hozamok szórását jelöli), ha a kockázatmentes hozam 5%?

Megoldás

$$a) \text{Corr}(r_X, r_Y) = \frac{\text{Cov}(r_X, r_Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = \frac{304}{\sqrt{256 \cdot 361}} = 1$$

- b) Mivel a két részvény közötti korreláció 1, így a határportfólió két félegyenesből áll. A hatékony portfólió az északabbra fekvő félegyenes.

várható hozam (%)



- c) Csak Y-ba és kockázatmentes eszközbe fektet a befektető, mert a két részvény tökéletesen együtt mozog, így úgy maximalizálhatja hozamát, ha a nagyobb Sharpe-rátájú részvénybe fektet: $S_X = \frac{20\% - 5\%}{16\%} = 0,9375$, $S_Y = \frac{25\% - 5\%}{19\%} = 1,053$.

Ekkor a befektető célfüggvénye: $U(r, \sigma) = E(r) - 0,05\sigma^2 = w \cdot E(r_Y) + (1 - w) \cdot r_f - 0,05 \cdot (w^2 \cdot \sigma_Y^2) = w \cdot 25\% + (1 - w) \cdot 5\% - 0,05 \cdot (w^2 \cdot 361) \rightarrow \max_w$

Az elsőrendű feltétel a deriválásból $25\% - 5\% - 0,05 \cdot 2 \cdot w \cdot 361 = 0$, ahonnan $w = 0,554$. A befektető tehát 55,4%-ban Y részvényt fog tartani és 44,6%-ban pedig kockázatmentes eszközt.

9. A „Narancs” portfólió 25 db Piros Nyrt. és 75 db Sárga Nyrt. részvényből áll. A CAPM feltevései fennállnak. A két részvényről az alábbi információkat tudjuk:

megnevezés	Piros	Sárga
árfolyam	7800 Ft	1400 Ft
várható hozam	10%	18%
hozam szórása	22%	36%
béta	0,75	1,75

A két részvény hozamai között 0,8-as korrelációt mértünk.

- a) Mekkora a portfólió várható hozama és szórása?

- b) Mekkora a portfólió bétája?
- c) Mekkora a portfólió várható kockázati prémiuma? (Mekkora a piaci hozam és a kockázatmentes hozam?)
- d) Adjon egy felső becslést a piaci portfólió hozamának varianciájára! (Tipp: a piaci portfóliónak a legnagyobb a Sharpe-rátája. Így a Sharpe-ráta legalább akkora, mint a két részvény közül a nagyobb.)

Megoldás

- a) A portfólió értéke $25 \cdot 7800 + 75 \cdot 1400 = 300\,000$ Ft, ebből $\frac{25 \cdot 7800}{300\,000} = 0,65$ a súlya a Piros Nyrt. részvényeinek és $0,35$ a Sárga Nyrt. részvényeinek. A várható hozam $E(r_{port}) = 0,65 \cdot 10\% + 0,35 \cdot 18\% = 12,8\%$, a portfólió varianciája pedig $\sigma_{port}^2 = w^2 \cdot \sigma_P^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_S^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \rho_{PS} \cdot \sigma_P \cdot \sigma_S = 0,65^2 \cdot 22^2 + 0,35^2 \cdot 36^2 + 2 \cdot 0,65 \cdot 0,35 \cdot 0,8 \cdot 22 \cdot 36 = 651,5$, ami alapján a szórása $\sigma_{port} = 25,5\%$.
- b) A portfólió bétája az egyes részvények bétájának súlyozott átlaga, $\beta_{port} = w \cdot \beta_P + (1-w) \cdot \beta_S = 0,65 \cdot 0,75 + 0,35 \cdot 1,75 = 1,1$.
- c) A CAPM egyenletét felhasználva $10\% = r_f + 0,75 \cdot (E(r_M) - r_f)$, illetve $18\% = r_f + 1,75 \cdot (E(r_M) - r_f)$. Előbbiből $E(r_M) = \frac{10\% - r_f}{0,75} + r_f$, amit visszahelyettesítve az utóbbiba $18\% = r_f + 1,75 \cdot \left(\frac{10\% - r_f}{0,75} + r_f - r_f\right)$, amiből $\left(1 - \frac{1,75}{0,75}\right) \cdot r_f = 18\% - \frac{1,75}{0,75} \cdot 10\%$, ahonnan $r_f = 4\%$. Ebből visszahelyettesítve $E(r_M) = 12\%$. A várható kockázati prémium tehát 8% , az adott portfólió kockázati prémiuma pedig $\beta_{port} \cdot 8\% = 8,8\%$.
- d) A Sharpe-ráta képlete $S_i = \frac{E(r_i) - r_f}{\sigma_i}$. Ebből következően $S_P = \frac{10\% - 4\%}{22\%} = 0,2727$, illetve $S_S = \frac{18\% - 4\%}{36\%} = 0,3889$. A piaci portfólió Sharpe-rátája $S_M = \frac{12\% - 4\%}{\sigma_M}$, tehát $\sigma_M = \frac{12\% - 4\%}{S_M}$. Mivel felső becslést kell adnunk a piaci portfólió hozamának varianciájára és a piaci portfólió Sharpe-rátája maximális, így ha a Sharpe-rátát $0,3889$ -nek feltételezzük, az a varianciára egy felső becslést fog adni: $\sigma_M^2 = \left(\frac{12\% - 4\%}{0,3889}\right)^2 = 423,2$.

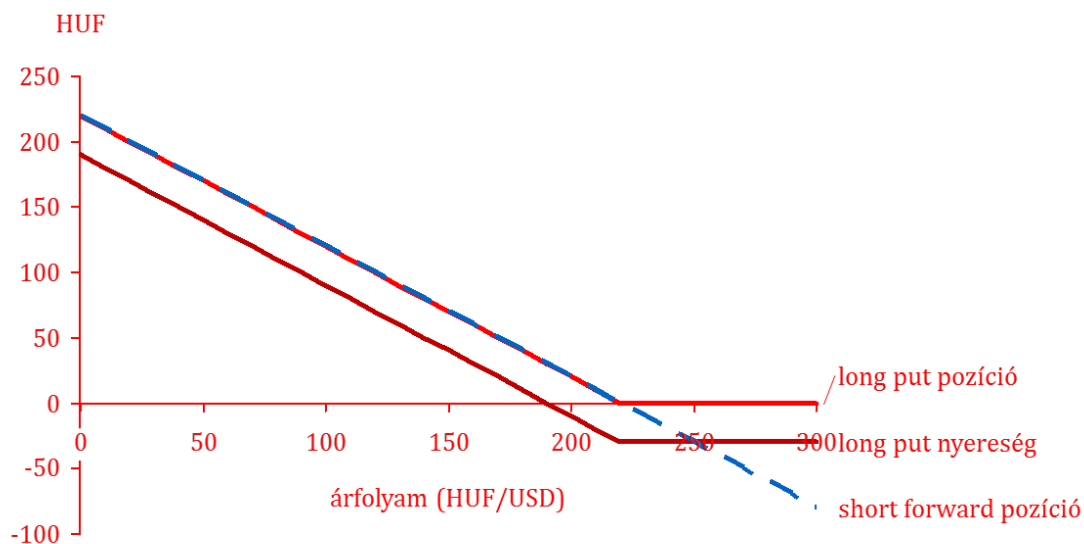
V. Derivatív eszközök árazása

1. Derivatívok

- Mennyi a fél év múlvi határidős árfolyam, ha 1 USD ma 220 HUF-ot ér, a féléves forint effektív kamatláb 6,5%, az amerikai féléves kamatláb 3,25%?
- Mit tenne pontosan, ha lehetőségében állna ma 220 HUF = 1 USD árfolyamon féléves határidős szerződést kötni forint-dollár elcserélésére (HUF és USD kockázatmentes betét/hitel lehetséges)?
- Rajzolja fel annak a féléves időtávra és dollárra szóló eladási opciónak a pozíció- és nyereségfüggvényét mai értéken, amelynek kötési árfolyama ma 220 HUF! Az eladási jog 30 HUF-ot ér ma.
- Rajzolja be az ábrába a dollárra szóló short határidős ügylet pozíciófüggvényét is!
- Adja meg az ábrán az opció nyereségküszöbét, valamint a lehívás küszöbét!

Megoldás

- $F = 220 \cdot \frac{1,065^{0,5}}{1,0325^{0,5}} = 223,43 \text{ HUF/USD}$
- Vennék ma határidősen 220 HUF-ért 1 USD-t, és egyben létrehoznék egy szintetikus short forwardot (SF-et): spot USD eladás 220 HUF-ért + forint betét + dollár hitel, amelynek eredőjeként fél év múlva 227 HUF-om lesz és 1,016 USD tartozásom. A long forward (LF) következtében 220 HUF-ért kapok 1 USD-t (így 1,016 USD-ért 223,5 HUF-ot kell adnom), kifizetem a tartozásom és marad 3,5 HUF-om fél év múlva. Minél több ilyen ügyletet hajtok végre, annál több tiszta (kockázatmentes) nyereségre lehet szert tenni (arbitrázs).
- A mai nyereség- és pozíciófüggvények az alábbiak.

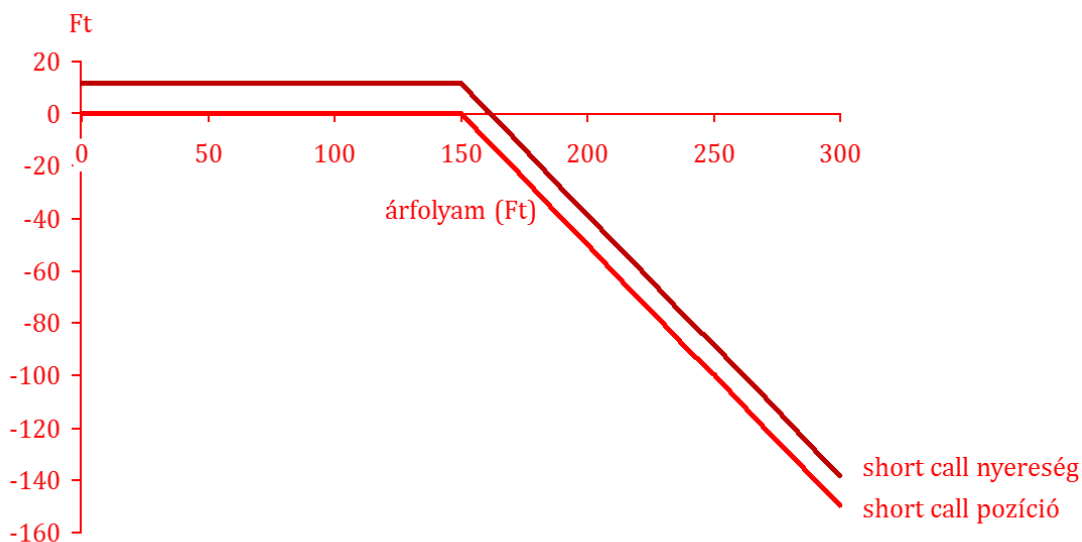


- Lásd az előző ábrát.
- Az opció nyereségküszöbe ma 190 HUF/USD (ahol a nyereségfüggvény metszi az X tengelyt), a lehívás küszöbe ma 220 HUF/USD (ahol a pozíciófüggvény rásimul az X tengelyre).

2. Az XZ osztalékot nem fizető részvényre szóló európai call opció és a határidős ügylet $t = 1,5$ év múlva jár le. Az opció díja ma $c = 10$ Ft, a kötési árfolyam 150 Ft. A másfél éves kamat évi 10%.
- Határozza meg a call opció időértékét, ha $S = 120$ Ft!
 - Ábrázolja a short call opció pozíciófüggvényét!
 - Ábrázolja a short call opció nyereségfüggvényét!
 - Jelölje a short call opció nyereségküszöbét!
 - Ön egy long call + short forward ügyletet tart ugyanazon XZ részvény alaptermékre (szintén 150 Ft kötési árfolyamon). Ábrázolja egy külön ábrán az összetett pozíció pozíciófüggvényét is!
 - Hol van a lehívási küszöb?
 - Mekkora lesz a kifizetés 1,5 év múlva?
 - Mi a lehetséges maximális nyereség és veszteség ezen a pozíción 1,5 év múltai értéken?
 - Mi lesz a 1,5 éves határidős részvényárfolyam, ha $S = 120$ Ft?
 - Mekkora lenne a 1,5 éves határidős részvényárfolyam, ha $S = 120$ Ft, és a részvény 20 Ft osztalékot is fizetne 1 év múlva?

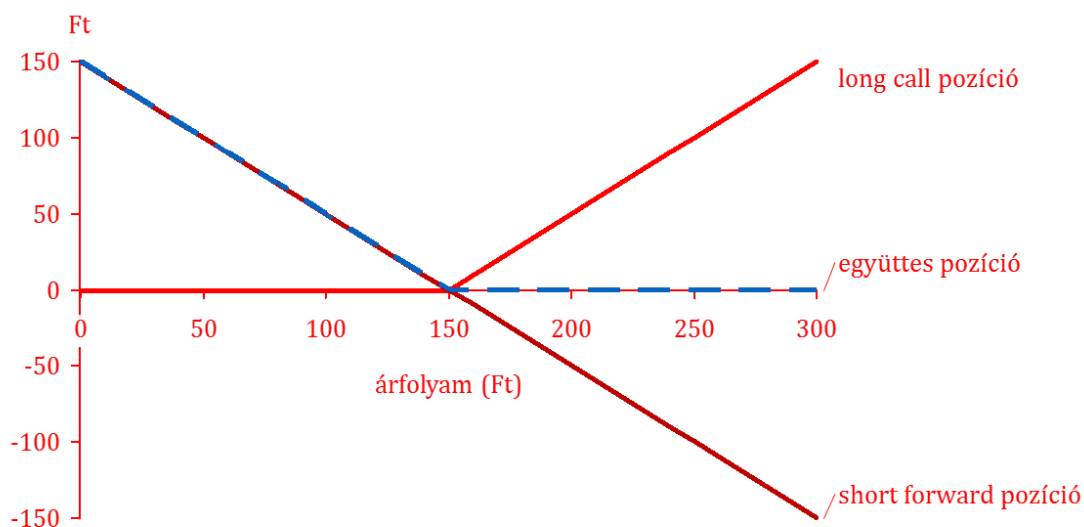
Megoldás

- Az opciós díj két részből tevődik össze, a belső értékből és az időértékből. A belső érték az az érték, amit akkor érne az opció, ha ma lehívnánk. Mivel az alaptermék mai ára 120 Ft, a kötési árfolyam pedig 150 Ft, így az opció belső értéke 0 Ft (nem hívnánk le a vételi opciót). Az időérték az opció díja és a belső érték különbsége, tehát 10 Ft.
- A pozíciófüggvény az alábbi ábrán látható.



- A nyereségfüggvényt jövőértékben vagy jelenértékben is felírhatjuk. 1,5 év múltai jövőértéken az opciós díj $10 \cdot 1,1^{1,5} = 11,54$ Ft, ez alapján a nyereségfüggvény a fenti ábrán látható.
- A short call opció nyereségküszöbe 161,54 Ft (ahol a nyereségfüggvény metszi az X tengelyt).

e) A pozíciófüggvények az alábbi ábrán láthatóak.



f) A lehívási küszöb 150 Ft-nál van (ahol az opció pozíciófüggvénye eltávolodik az X tengelytől).

g) A kifizetést a jövőbeli árfolyam függvényében alakul: $S_{1,5} - 150$ Ft.

h) A maximális nyereség $150 - 10 \cdot 1,1^{1,5} = 138,5$ Ft (a long call opció ára a short call opcióért fizetett díj), a maximális veszteség $-10 \cdot 1,1^{1,5} = 11,5$ Ft.

i) A másfél éves határidős árfolyam $F = 120 \cdot (1 + 10\%)^{1,5} = 138,4$ Ft.

j) Az osztalék kifizetése biztos, ezért $F = \left(120 - \frac{20}{1,1}\right) \cdot 1,1^{1,5} = 117,5$ Ft.

3. Ön jövő áprilisban külföldre utazik és féléves határidős szerződés keretében eurót szeretne vásárolni, kiszámíthatóbbá téve költségvetését. Az euró spot árfolyama 275 HUF, a bankközi piacon a féléves kockázatmentes euróbetét/hitel névleges kamatlába 1,5% éves szinten, a forintbetét/hitel névleges kamatlába 5,5% éves szinten. (Éven belül lineáris kamatozással számoljon!)

a) Milyen árfolyamon kösse meg ma a határidős ügyletet?

b) Önnek felajánlották, hogy féléves határidőre 270 HUF-os árfolyamon vehet eurót, 100 ezer forint összeghatárig. Mivel egy banki treasuryben végzi gyakorlatát, képes a bankközi piacon ügyleteket kötni. Lát-e arbitrázslehetőséget, ha igen, maximum mennyi annak a pénznek a forintban számított jelenértéke, amennyit az arbitrázsstratégiájával képes keresni?

Megoldás

a) $F = 275 \cdot \frac{1 + \frac{5,5\%}{2}}{1 + \frac{1,5\%}{2}} = 280,46$ HUF/EUR

b) Van arbitrázsstratégia. Vesz határidős eurót 270 HUF/EUR árfolyamon (összesen $\frac{100\,000}{270} = 370,4$ EUR értékben), emellé pedig EUR hitelből HUF betétet helyez el. Az EUR hitel nagysága $\frac{370,4}{1 + \frac{1,5\%}{2}} = 367,6$ EUR. Ez alapján $367,6 \cdot 275 = 101\,094$ HUF betétet kell elhelyeznie. Fél év múlva kap 103 874 HUF-ot, ebből 370,4 EUR-nyit átvált EUR-ra (azaz

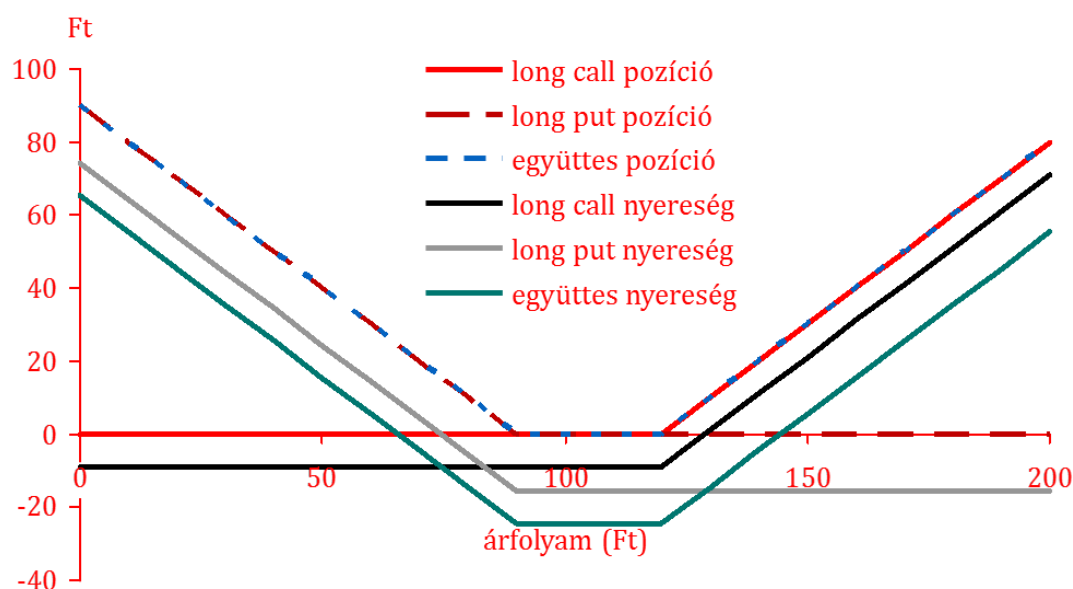
$$370,4 \cdot 270 = 100\,000 \text{ HUF-ot}), \text{ a maradék } 3874 \text{ HUF a nyeresége, ennek mai értéke}$$

$$\frac{3874}{1 + \frac{5,5\%}{2}} = 3770 \text{ HUF.}$$

4. Ön megvásárolt egy Alma részvényre szóló 120 forintos kötésű árfolyamú vételi opciót 8 forintért és egy 90 forintos kötésű árfolyamú eladási opciót 14 forintért. Mindkét opció európai típusú, 1 éves lejáratú, az Alma részvény aktuális árfolyama 104 Ft. A kockázatmentes piaci kamatláb 12%.
- a) Készítse el az Ön pozíciójának pozíció- és nyereségfüggvényét!
- b) A fenti pozíció alapján milyen várakozásai vannak az Alma árfolyamra vonatkozóan?

Megoldás

- a) A nyereségfüggvényt jövőértékben készítjük, a vételi opció árának egy év múlva jövőértéke $8 \cdot 1,12 = 8,96$ Ft, az eladási opció árának jövőértéke pedig $14 \cdot 1,12 = 15,68$ Ft.



- b) Az árfolyam elmozdulására számít. Akár lényegesen emelkedik, akár lényegesen csökken az árfolyam egy év alatt, kedvező helyzetbe kerül.
5. Ön tavasszal külföldre utazik és féléves határidős szerződés keretében eurót szeretne vásárolni, kiszámíthatóbbá téve költségvetését. Az euró spot árfolyama 269 HUF, a féléves kockázatmentes euró kamatláb 2% éves szinten, a forintkamatláb 5%-os. (Éven belül lineáris kamatozással számoljon!)
- a) Milyen árfolyamon kösse meg ma a határidős ügyletet?
- b) Önnek felajánlották, hogy féléves határidőre 270 HUF-os árfolyamon vehet eurót. Lát-e arbitrázslehetőséget, ha 101 eEUR keretéig tud euróban és forintban is hitelt felvenni? Ha igen, írja le a stratégiáját és számolja ki, mennyi a mai értéke annak forintban, amennyit ezzel a stratégiával maximum keresni tud.

Megoldás

a) $F = 269 \cdot \frac{1 + \frac{5\%}{2}}{1 + \frac{2\%}{2}} = 273 \text{ HUF/EUR}$

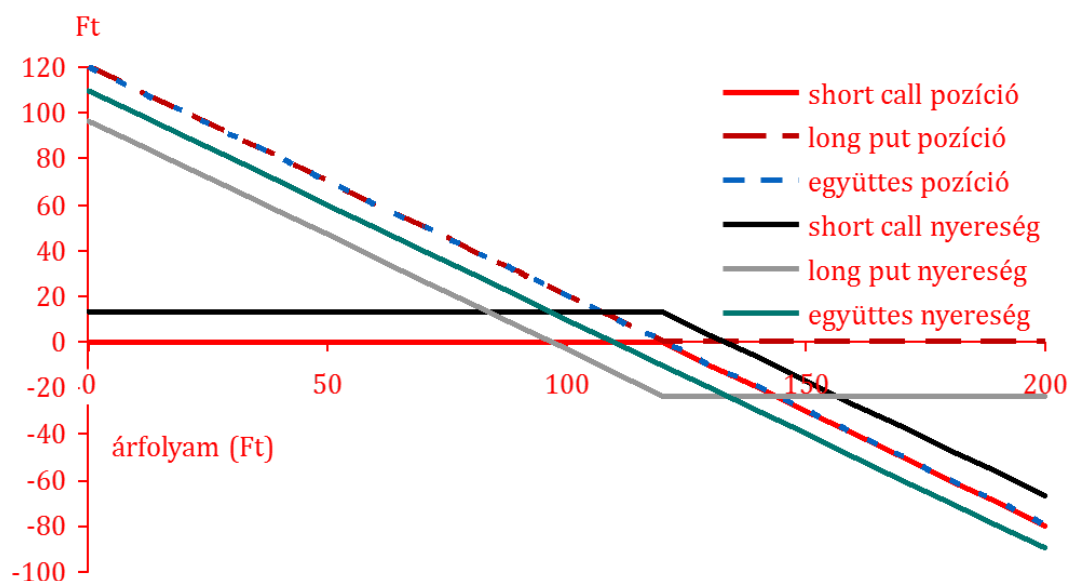
b) Igen, van arbitrázslehetőség. Felvesz 101 000 EUR hitelt, ebből most forintot vesz, összesen $101\,000 \cdot 269 = 27\,169\,000$ HUF értékben, amelyet bankba téve fél év múlva $27\,169\,000 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{2}\right) = 27\,848\,225$ HUF-já lesz. A visszafizetendő hitel értéke közben $101\,000 \cdot \left(1 + \frac{2\%}{2}\right) = 102\,010$ EUR lesz, tehát a 270-es határidős árfolyamon $102\,010 \cdot 270 = 27\,542\,700$ HUF-ot kell átváltania EUR-ra (határidősen EUR-t vett ilyen összegben). A különbség 305 525 HUF, ennek jelenértéke $\frac{305\,525}{1 + \frac{5\%}{2}} = 298\,073$ HUF.

6. Ön ma elad egy db DDD részvényre szóló vételi opciót $K = 120$ Ft-os kötési áron, valamint vesz egy ugyanerre a részvényre szóló eladási opciót szintén $K = 120$ Ft-os árfolyamon. Az opciók egy év múlva járnak le, az egyéves kockázatmentes hozam 10%. A call opció értéke 12 Ft, a DDD részvény árfolyama ma 100 Ft.

- Mekkora a put ára?
- Rajzolja fel az együttes opciós pozíció pozíció- és nyereségfüggvényeit!
- Mekkora nyereségre tesz szert a pozíció tartásával egy év múlva, ha a DDD részvény árfolyama 150 Ft lesz?

Megoldás

- Put-call paritás ($c + PV(K) = p + S$) alapján a put opció ára $p = c + PV(K) - S = 12 + \frac{120}{1,1} - 100 = 21,1$ Ft.
- A nyereségfüggvényekhez az opciós díjak jövőértékei: a call opcióra $12 \cdot 1,1 = 13,2$ Ft, illetve a put opcióra $21,1 \cdot 1,1 = 23,2$ Ft.



- Az eladott vételi opció miatt 120 Ft-ért el kell adnia a részvényt, amit 150 Ft-ért vesz meg, így 30 Ft vesztesége keletkezik. Ezen túl a call opcióért egy éve 12 Ft-ot kapott, míg a

putért 21,1 Ft-ot fizetett, így még 9,1 Ft vesztesége keletkezett, aminek egy év múlva értéke 10 Ft. Összesen tehát 40 Ft vesztesége lesz.

7. Az arany árfolyama ma 200 dollár/uncia. Az arany egy éves árfolyam emelkedésből várható hozama 25%, a kockázatmentes hozam 10%, a hozamgörbe vízszintes. Az arany tárolási költsége 5 dollár/uncia, amely félévente egyszer, a félév lejáratát előtt fizetendő.
- Mennyi az arany hároméves határidős árfolyama?
 - Amennyiben az arany határidős árfolyama 400 dollár/uncia lenne, írja le pontosan (CF-k szintjén), hogy milyen arbitrázsstratégiával tudna pénzt keresni!

Megoldás

- a) A korrigált prompt árfolyam $S_0^* = S_0 + PV(kiadás) - PV(bevétel) = 200 + \frac{5}{\frac{10\%}{2}} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{10\%}{2}\right)^6} \right) = 225,4$ \$, innen pedig az arany hároméves határidős árfolyama $225,4 \cdot (1 + 10\%)^3 = 300$ \$. (Nem a várható értéket vizsgáljuk, hanem az arbitrázsösszefüggés alapján számolunk.)
- b) Határidősen eladnák aranyat 400 \$-ért. Ehhez most vennem kell aranyat 200 \$-ért, amihez hitelt kell felvennem (10%-os kamaton). Az arany tárolási költségét (amihez szintén hitelt veszek fel félévente) is számítva a CF-ek:

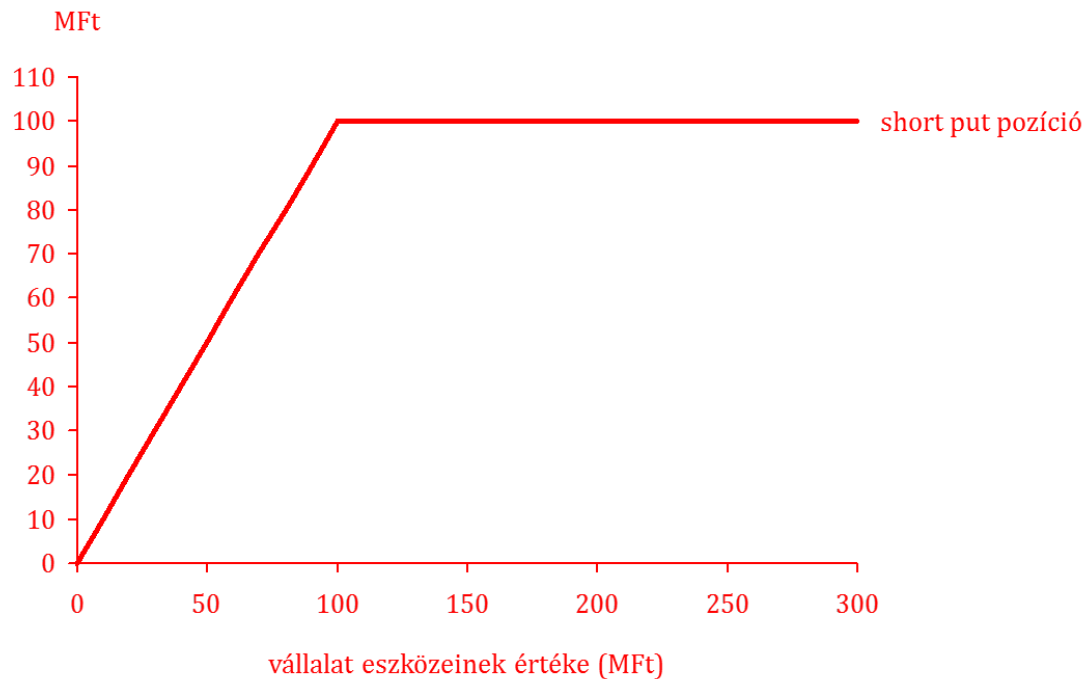
év	vétel	tárolás	PV
0	200		200
0,5		5	4,77
1		5	4,55
1,5		5	4,33
2		5	4,13
2,5		5	3,94
3		5	3,76

Az összes költségem jelenértéke 225,48 \$, a 400 \$-os határidős árfolyam jelenértéke pedig 300,53 \$, így unciánként 75,05 \$-t tudok nyerni.

8. Egy vállalat hosszú távú kötvényt bocsátott ki, amelynek névértéke 100 MFt. A vállalat eszközeinek piaci értéke 120 MFt. A vállalati kötvény kockázatos, a szakértők a kötvényben lévő short put opció értékét ma 30 MFt-ra becsülik.
- Mennyit ér a vállalati kötvény a piacon?
 - Mennyit érnek a vállalat részvényei?
 - Ábrázolja a kötvény lejáratkori pozíciófüggvényét!

Megoldás

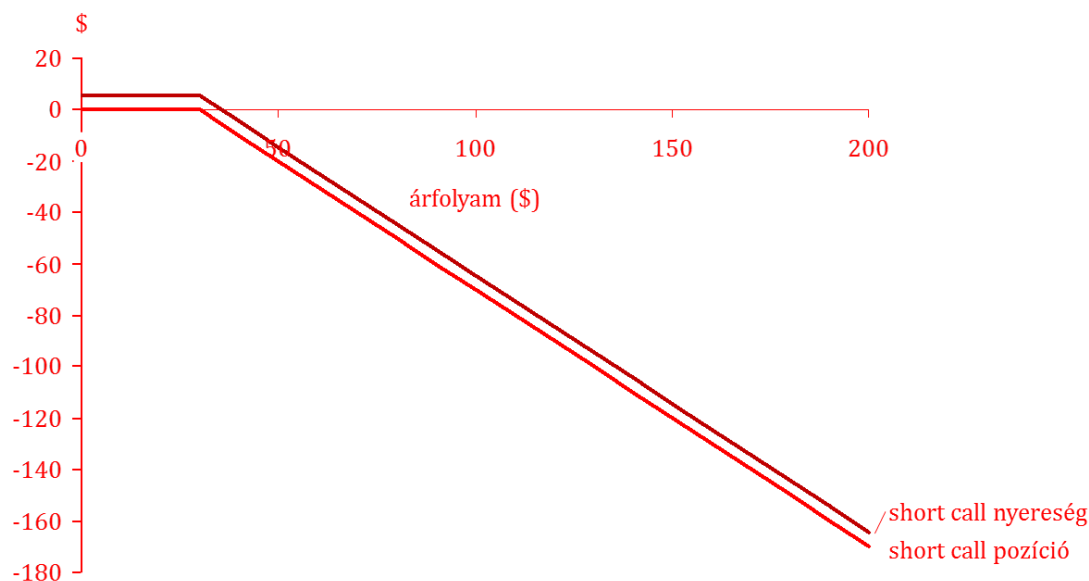
- A kötvény értéke $100 - 30 = 70$ MFt.
- A vállalat részvényeinek értéke $120 - 70 = 50$ MFt.
- A lejáratkori pozíciófüggvény az alábbi.



9. Ön június 17-én, amikor az árfolyam 25 \$ volt, eladott 5 \$-ért egy Facebook részvényre szóló 30 \$ kötési árfolyamú 1 éves futamidejű vételi opciót. Jelenleg, december 17-én az árfolyam 50 \$, a féléves (évesített) kockázatmentes hozam pedig 10%. A fél évvel ezelőtti induló fél éves futamidejű kockázatmentes befektetéseken 10%-ot lehetett keresni.
- Rajzolja fel a lejáratkori pozíció- és nyereségfüggvényét!
 - Mekkora az Ön számára maximális nyereség és veszteség értéke, illetve hol található a nyereségkülöb?
 - Mekkora jelenleg a pozíciójának az értéke, ha az Önéhez hasonló paraméterekkel rendelkező féléves futamidejű vételi jog értéke 25 \$? Mekkora ebből az időérték és a belső érték nagysága?

Megoldás

- A nyereségfüggvényhez szükséges a short call opció árának lejáratkori jövőértéke, ez pedig $5 \cdot 1,1^{0,5} \cdot 1,1^{0,5} = 5,5$ \$.



- b) A maximális nyereség 5,5 \$, míg a maximális veszteség elméletben végtelen. A nyereségküszöb 35,5 \$-nál van (ahol az X tengelyt metszi a nyereségfüggvény).
- c) Mivel a vételi jogért 25 \$-t kell fizetni, így a pozíció semlegesítéséhez 25 \$-t kell fizetnie, tehát pozíciójának értéke -25 \$. Ebből az opció belső értéke $30 - 50 = -20$ \$, mivel jelenleg 50 \$ a részvény árfolyama. Az időérték így $-25 + 20 = -5$ \$.

10. A piacon jelenleg 40 forintért lehet 1 horvát kunát megvásárolni, továbbá az euró azonnali árfolyama 300 forint. Ezekon kívül lehetőségünk van 1 éves határidőre eurót venni vagy eladni 7,9455 kunás árfolyamon. Hány forintért tudunk 1 éves határidőre kunát venni, ha az 1 éves euró hitelek kamatlába 1%, az 1 éves forintbiteleké pedig 4% és a piac arbitrázsmentes.

Megoldás

A forward HUF/EUR árfolyam $F_{HUF/EUR} = 300 \cdot \frac{1+4\%}{1+1\%} = 308,91$ HUF/EUR. Mivel a határidős HRK/EUR árfolyam 7,9455, így a határidős HUF/HRK árfolyam $F_{HUF/HRK} = \frac{308,91}{7,9455} = 38,88$ HUF/HRK.

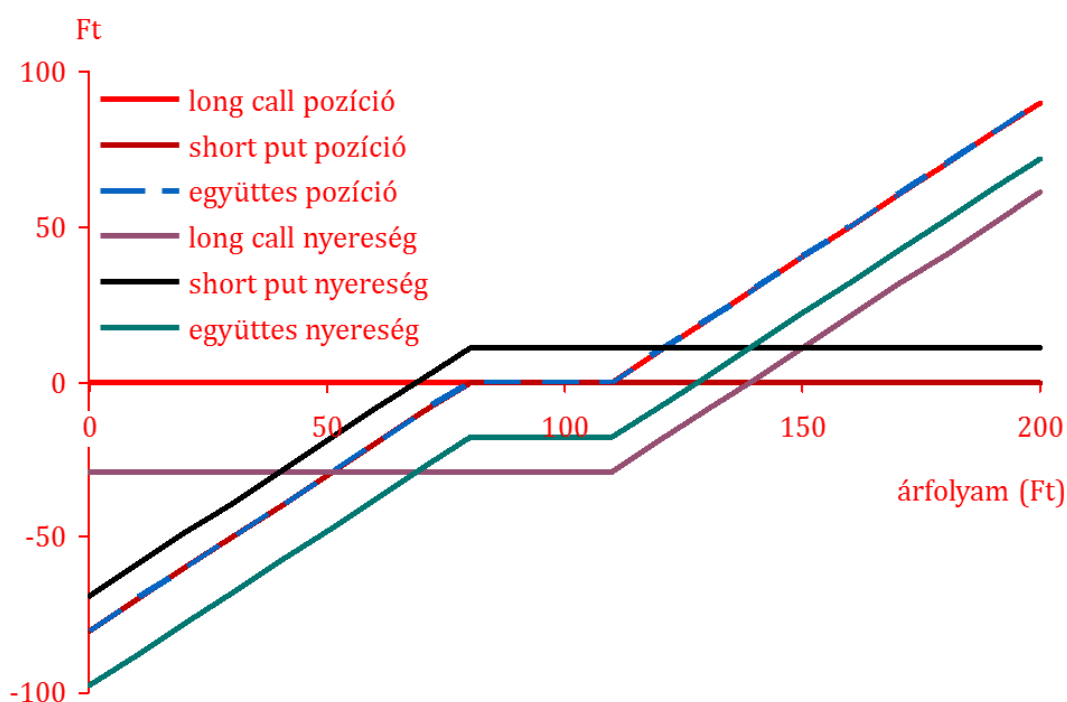
Alternatív megoldási mód: A jelenlegi HRK/EUR árfolyam $S_{HRK/EUR} = \frac{300}{40} = 7,5$ HRK/EUR. Számoljuk ki az 1 éves kuna alapú hitel kamatát. Mivel a forward HRK/EUR árfolyam $F_{HRK/EUR} = S_{HRK/EUR} \cdot \frac{1+r_{HRK}}{1+r_{EUR}}$, ahonnan $r_{HRK} = F_{HRK/EUR} \cdot \frac{1+r_{EUR}}{S_{HRK/EUR}} - 1 = 7,9455 \cdot \frac{1,01}{7,5} - 1 = 0,07 \Rightarrow 7\%$. Ez alapján a forward HUF/HRK árfolyam $F_{HUF/HRK} = S_{HUF/HRK} \cdot \frac{1+r_{HUF}}{1+r_{HRK}} = 40 \cdot \frac{1,04}{1,07} = 38,88$ HUF/HRK.

11. Ön a „Kék” Nyrt. részvényére két opciós ügyletet kötött. Egy évvel ezelőtt vett egy két éves futamidejű európai vételi opciót, melynek 110 Ft a kötési árfolyama, a részvény árfolyama pedig 80 Ft volt akkor. A vételi opcióért 24 Ft-ot fizetett. Ma a részvény árfolyama 120 Ft, most pedig kiírt egy egyéves put opciót a részvényre, aminek kötési árfolyama 80 Ft, amiért 10 Ft-ot kapott. A kockázatmentes kamat 10% minden lejáratra (és korábban is annyi volt). (Ügyeljen a jövő- és jelenérték konzisztens használatára.)

- Hol van a „Kék” részvényre szóló vételi opciós pozíció nyereségküszöbe? (Csak a vételi opcióé.)
- Rajzolja le az együttes pozíció pozíciófüggvényét!
- Rajzolja le az együttes pozíció nyereségfüggvényét!
- Adja meg az együttes pozíció belső értékét!
- Mekkora lehet a maximális veszteség és a maximális nyereség?

Megoldás

- A kötési árfolyam 110 Ft, tehát afölötti árfolyam esetén érdemes lehívni az opciót. Mivel az opció 24 Ft-ba került, így a nyereségküszöb $110 + 24 \cdot 1,1^2 = 139$ Ft.
- A pozíciófüggvények az alábbiak.



- A nyereségfüggvényekhez szükség van az opciós díjak jövőértékeire: $24 \cdot 1,1^2 = 29$ Ft, illetve $10 \cdot 1,1 = 11$ Ft. A nyereségfüggvények az előző ábrán láthatóak.
 - Mivel a részvény árfolyama ma 120 Ft, így a vételi opció (long call) lehívható nyereséggel, ugyanakkor a vételi kötelezettséget (short put) nem fogják lehívni, így az együttes pozíció belső értéke a long call opció belső értéke, azaz $110 - 120 = 10$ Ft.
 - A maximális nyereség végtelen lehet, míg a maximális veszteség $-80 - 29 + 11 = -98$ Ft (a részvény értéktelenné válik, de meg kell vásárolnia 80 Ft-ért, illetve az opciós díjak).
12. Az EUR állampapírok féléves loghozama 2,2% (évesített érték), az 1 éves loghozam pedig 2,4%. A HUF állampapírok féléves effektív hozama 5,6% (évesített érték), az éves hozam pedig 6%.
- Hány forintba kerül ma egy félév múlva szóló határidős euró vásárlás, ha egy euró ma 306 HUF-ba kerül?

- b) Tegyük fel, hogy ön szintetikusán elő tudja állítani a féléves határidős szerződést. Valaki önnek felajánlaná, hogy féléves határidőre 320 HUF-ért vehetne tőle és 310 HUF-ért adhatna el neki eurót. Mit tenne? Venne tőle, vagy eladna, amennyiben arbitrázsból eredő nyereségre kívánná szert tenni?
- c) Mekkora annak a szerződésnek a (forward) loghozama, amelyben ma arra szerződnek, hogy fél év múlva 1 EUR-t betétbe helyeznek, majd egy év múlva ezt kiveszik?
- d) Mekkora annak a szerződésnek a (forward) effektív hozama, amelyben ma arra szerződnek, hogy fél év múlva 1 forintot betétbe helyeznek, majd egy év múlva ezt kiveszik?

Megoldás

- a) Számoljunk például effektív hozamokkal. (Loghozamokkal való számolás is ugyanígy helyes, akkor a számolás módja azonban más, a számszaki végeredmény viszont ugyanaz.) Az EUR állampapírok féléves effektív hozama $e^{0,022} = 1,022 \Rightarrow 2,2\%$. Ezzel számolva a forward árfolyam $F_{HUF/EUR} = S_{HUF/EUR} \cdot \frac{\sqrt{1+r_{HUF}}}{\sqrt{1+r_{EUR}}} = 306 \cdot \frac{\sqrt{1,056}}{\sqrt{1,022}} = 311 \text{ HUF/EUR}$.
- b) Egyiket sem, mivel a szintetikus határidős ügylettel (azonnali EUR vétel HUF hitelből, ami EUR betétbe megy) 311 forintért tudnék megvenni 1 eurót. Ezt 310 forintért továbbadni veszteséges lenne, ugyanakkor 320 forintért venni eurót balgaság lenne (a szintetikus ügylettel ennél olcsóbban tud eurót beszerezni).
- c) A féléves EUR loghozam $\frac{2,2\%}{2} = 1,1\%$, az éves EUR loghozam pedig 2,4%. A fél és egy év közötti forward loghozam tehát $2,4\% - 1,1\% = 1,3\%$, amely évesítve $2 \cdot 1,3\% = 2,6\%$.
- d) A féléves HUF effektív hozam $\sqrt{1,056} = 1,0276 \Rightarrow 2,76\%$. Ez alapján a fél és egy év közötti forward HUF effektív hozam $\frac{1,06}{1,0276} = 1,0315 \Rightarrow 3,15\%$, amely évesítve $1,0315^2 = 1,064 \Rightarrow 6,4\%$.

VI. Vállalati pénzáramlás

1. A Cukrász Üzem vezetője azon gondolkodik, hogy kibővíti a tevékenységüket és a jelenlegi csokis sütemény palettájukat kibővíti vaníliás süteményekkel a következő három évben. A projekt beindításával a többletbevétel (azaz a vaníliás süteményekből származó bevétel) várhatóan az első évben 400 millió forint lesz, ami évente 60 millió forinttal növekszik. Az új sütemények készítésével felmerülő kiadások előreláthatólag a bevételek 70 százalékára rúgnak majd. A projekt beindításához új, vaníliára specializált gépeket kell beszerezniük, amelyek 300 millió forintba kerülnek, amik a későbbiekben 10%-os kulccsal értékcsökkennek. A süteménykészítés alapanyag szükséglete a gépek megvásárlásával egyidőben 20 millió forint, az első három évben pedig az éves forgalom (árbevétel) 10%-át teszi ki. A projekt lezárását követően, a harmadik év végén a vaníliás gépeket 280 millió forintért, a vaníliás alapanyagokat 40 millió forintért értékesítik. A gépek vevői azonban várhatóan 1 évet csúsznak a számla kifizetésével, így a gépekből származó bevétel a negyedik évben folyik be. A tevékenység kibővítésével megnövekszik a sütők kapacitásának kihasználása. A projekt nélkül is rendszeresen le kell cserélni a sütőket, de a beindítás esetén azonnal meg kell venni az új sütőket, amelyeknek az első évtől üzemelni kell, míg a projekt nélkül csak a második évben kellene beruházni. A sütők beszerzési ára 160 millió forint és egy sütő 5 évig tud működni. A társasági nyereségadó-kulcs 20%-os. Érdemes-e az Üzem tevékenységét kibővíteni akkor, ha a piacon a hasonló projektek elvárt hozama 10%? Választás számításokkal indokolja!

Megoldás

MFt	0	1	2	3	4
bevétel	0	400	460	520	0
folyó ráfordítás	0	-280	-322	-364	0
értékcsökkenés	0	-30	-30	-30	0
egyéb eredmény	0	0	0	58	0
adózás előtti er.	0	90	108	184	0
adó	0	-18	-21,6	-36,8	0
adózás utáni er.	0	72	86,4	147,2	0
adózás utáni er.	0	72	86,4	147,2	0
értékcsökkenés	0	30	30	30	0
ΔNFT	-20	-20	-6	46	0
beruházás	-300	0	0	0	0
bef. tárgyi eszk. ért.	0	0	0	-70	280
CF	-320	82	110,4	153,2	280
DCF	-320	74,5	91,2	115,1	191,2
bef. tárgyi eszk.	300	270	240	0	0
NFT (év végén)	20	40	46	0	0
ΔNFT	20	20	6	-46	0

Egyéb eredmény a 3. évben: $280 - 210 + 40 - 52 = 58$ MFt, mert az eladott gépekért 280 MFt-ot kapott a cég, de könyv szerinti értékük csak 210 MFt volt. Másrészt, a nettó forgótőke értéke 52 MFt a 3. évben, ezt 40 MFt-ért adják el. A nettó forgótőke változása a 3. évben -46 MFt, mert év közben felmegy 46 MFt-ról 52 MFt-ra, de ez év végére 0 MFt-ra csökken.

Mivel az eladott gépek vételárát nem kapja meg a cég 3. évben, csak a negyedikben, ezért a befektetett tárgyi eszköz értékesítése során a 3. évben kivonjuk a 70 MFt különbözetet (nincs mögötte valós CF), majd a negyedik évben megjelenik a teljes vételár.

Ehhez még hozzá kell adni a sütők beruházásának pótlólagos költségét. A sütők költségegyenértékese $C^* = \frac{160}{AF(5;10\%)} = \frac{160}{3,7908} = 42,21$ MFt. Ez a többletköltség az első és a második évben merül fel, így jelenértéke $\frac{42,21}{1,1} + \frac{42,21}{1,1^2} = 73,3$ MFt. A projekt nettó jelenértéke tehát $NPV = -320 + 74,5 + 91,2 + 115,1 + 191,2 - 73,3 = 78,7$ MFt.

2. Egy cég tavaly 80 MFt árbevételt ért el, idén a tervek szerint ez az összeg a 100 MFt-ot el fogja érni. A vállalat folyó ráfordításai mindkét évben az árbevétel 60%-át teszik ki. Amennyiben a cég nyereséges, úgy 20%-os lineáris adókulccsal adózik. A cég könyveiben 300 MFt-os bruttó könyv szerinti értékű beruházás szerepelt év elején, amelyet tíz éves időtartammal, lineáris értékcsökkenési rátával értékcsökkent. A vállalati vevőállomány a mindenkor éves árbevétel 40%-át teszi ki. A cég készleteket is tart, ami az éves árbevétel 30%-a. A cég nyersanyagbeszerzéseit nem fizet azonnal, egy évben átlagosan a folyó ráfordítások felét éri el a szállítótartozás. A vállalat belső forrásból idén 24 MFt-ot ad ki beruházásokra, amelyet az év végén aktivál.
- a) Mekkora a cég idei vállalati szabad pénzáramlása, ha egyéb bevételt és kiadást jelentő tevékenysége nincs a cégnek?
- b) Mekkora osztalékot fizethet a cég idén maximálisan, ha nincs a cégnek hitele, nem vehet fel hitelt és bocsáthat ki részvényt és az eredménytartaléka zérus? Ez hány százalékos osztalékfizetési rátát (dp) jelent?

Megoldás

- a) A cég eredménykimutatását és CF tábláját az alábbi táblázat mutatja.

MFt	0	1
bevétel	80	100
folyó ráfordítás	-48	-60
értékcsökkenés	-30	-30
egyéb eredmény		
adózás előtti eredmény		10
adó		-2
adózás utáni eredmény		8
adózás utáni eredmény		8
értékcsökkenés		30
Δ NFT		-8
beruházás		-24
bef. tárgyi eszk. ért.		
CF		6

A nettó forgótőke (NFT) változása az alábbi elemekből áll össze.

MFt	0	1
vevők	32	40
készletek	24	30
szállítók	-24	-30

NFT	32	40
ΔNFT		8

Ez alapján a cég idei szabad pénzáramlása 6 MFt.

- b) Mivel a cégnek nincs hitele, azt nem is vehet fel, nem bocsáthat ki részvényt és eredménytartalékból sem tud osztalékot fizetni, maximum a szabad CF-t fizetheti ki osztalékként. A maximális osztalék tehát 6 MFt lehet, amely az adózás utáni eredmény 75%-a, tehát ez 75%-os osztalékfizetési rátát jelent.
3. A Havas Idő Kft. három éven keresztül sípályákat üzemeltet. Az első évben 15 ezer, a második évben 20 ezer, a harmadik évben 24 ezer látogatóra számítanak. Egy látogató várhatóan 2000 forint árbevételt jelent a cégnek. A sípályákat karban kell tartani, a bevétel harmadát teszik ki a folyó ráfordítások. A cégnek egy sífelvonót, hóágyúkat és egyéb gépeket is be kell üzemeltetnie már az első év elejéig. Ez 160 millió Ft összegű beruházást jelent. A gépeket és berendezéseket 10%-os lineáris értékcsökkenési ütemmel értékcsökkentik. A berendezéseket három éven át használják, a negyedik évben a cég birtokában vannak, de nem használhatják, a negyedik év végén a könyv szerinti értéken eladják, az ebből származó bevétel az ötödik év végén érkezik meg. A cég működésének nettó forgótőke igénye már az első év elején 10 millió Ft, majd az adott évi árbevétel fele. A harmadik év végén a forgóeszközöket 10 millió Ft-ért várhatóan el tudják adni, a 6 millió forintnyi szállítótartozást névértéken kifizetik. Ebből a műveletből származó összegek a harmadik év végén folynak be. A társasági adókulcs 40%-os.
- a) Készítse el a projekt pénzáramlásának előrejelzését indirekt és direkt módszerrel is!
- b) Mekkora a projekt jelenértéke, ha a tőke elvárt hozam 20%?

Megoldás

- a) Indirekt módszerrel

MFt	0	1	2	3	4	5
bevétel	0	30	40	48	0	0
folyó ráfordítás	0	-10	-13,3	-16	0	0
értékcsökkenés	0	-16	-16	-16	0	0
egyéb eredmény	0	0	0	-20	0	0
adózás előtti er.	0	4	10,7	-4	0	0
adó	0	-1,6	-4,3	0	0	0
adózás utáni er.	0	2,4	6,4	-4	0	0
adózás utáni er.	0	2,4	6,4	-4	0	0
értékcsökkenés	0	16	16	16	0	0
ΔNFT	-10	-5	-5	20	0	0
beruházás	-160	0	0	0	0	0
bef. tárgyi eszk. ért.	0	0	0	0	0	112
CF	-170	13,4	17,4	32	0	112
bef. tárgyi eszk.	160	144	128	112	0	0
NFT	10	15	20	0	0	0
ΔNFT	10	5	5	-20	0	0

Az egyéb eredmény a 3. évben úgy jön össze, hogy a könyv szerinti értéken 24 MFt értékű nettó forgótőkéket 4 MFt-ért értékesítik (10 MFt bevétel a forgóeszközök értékesítéséből, de 6 MFt kiadás a szállítótartozások kifizetése miatt). A nettó forgótőke kivezetése a főkönyvi számlákon az alábbi módon történik.

T	Forgóeszközök	K	T	Szállítótartozás	K
nyitó	30	30 kivezetés	kifizetés	6	6 nyitó
T	Egyéb ráfordítás	K	T	Egyéb bevétel	K
kivezetés	30			10	eladás

A 24 MFt értékű nettó forgótőke 30 MFt forgóeszközből és 6 MFt szállítótartozásból áll (mivel a szállítótartozást névértéken fizeti ki a cég).

Direkt módszerrel

MFt	0	1	2	3	4	5
bevétel	0	30	40	48	0	0
folyó ráfordítás	0	-10	-13,3	-16	0	0
egyéb eredmény	0	0	0	-20	0	112
beruházás	-160	0	0	0	0	0
ΔNFT	-10	-5	-5	20	0	0
adó	0	-1,6	-4,3	0	0	0
CF	-170	13,4	17,4	32	0	112

- b) Mivel a CF-okat már kiszámoltuk, ezeket kell diszkontálni a 0. évre a 20%-os elvárt hozammal, $NPV = -83,2$ MFt.

4. A Tisztaföld Zrt. egy 3 éves projekt beindításán gondolkodik. A projekt beindításával a várható árbevétel az első évben 400 millió forint lesz, ami évente 60 millió forinttal fog növekedni. A folyó ráfordítások előreláthatólag a bevételek 60 százalékára rúgnak majd. A projekt beindításához új gépeket kell beszerezni, amelyek 300 millió forintba kerülnek, amik a későbbiekben 10%-os kulccsal értékcsökkennek. A projekt alapanyag szükséglete a gépek megvásárlásával egyidőben 80 millió forint, a készletek nagysága az első három évben az éves forgalom (árbevétel) 25%-át teszi ki. A vállalati vevőállomány éves szinten a mindenkori éves árbevétel szintjének 30%-át teszi ki. A cég nyersanyagbeszerzéseiért nem fizet azonnal, egy évben átlagosan a folyó ráfordítások 40 százalékát éri el a szállítótartozás. A projekt lezárását követően, a harmadik év végén a gépeket 280 millió forintért, a nettó forgótőke állományát 140 millió forintért értékesítik. Írja fel, hogy az egyes években hogyan befolyásolja a szabad pénzáramlás nagyságát a nettó forgótőke!

Megoldás

A nettó forgótőke szabad pénzáramlást befolyásoló hatása kiemelve látható a táblázatban.

MFt	0	1	2	3
bevétel	0	400	460	520
folyó ráfordítás	0	-240	-276	-312

értékcsökkenés	0	-30	-30	-30
egyéb eredmény	0	0	0	48,8
adózás előtti er.				
adó				
adózás utáni er.				
adózás utáni er.				
értékcsökkenés	0	30	30	30
ΔNFT	-80	-44	-18,6	142,6
beruházás	-300	0	0	0
bef. tárgyi eszk. ért.	0	0	0	210
CF				
bef. tárgyi eszk.	300	270	240	0
készletek	80	100	115	0
vevők	0	120	138	0
szállítók	0	-96	-110,4	0
NFT	80	124	142,6	0
ΔNFT	80	44	18,6	-142,6

A 3. év végén a nettó forgótőkét eladják, tehát év végén 0 MFt lesz az értéke. Így a ΔNFT –142,6 MFt lesz. Mivel ekkor a 161,2 MFt értékű NFT-t értékesítik 140 MFt-ért, ebből keletkezik –21,2 MFt értékű veszteség az eredménykimutatásban (ez csökkenti az adófizetési kötelezettséget). Az NFT hozzájárulása a CF-hoz a 3. évben tehát: $142,6 - 161,2 + 140 = 121,4$ MFt (és az adómegetakarítás), amely az egyéb eredmény és a ΔNFT soron szerepel. Az egyéb eredményben még szerepel a gépek eladásának könyv szerinti értéken felüli része, azaz $280 - 210 = 70$ MFt.

5. Ön nemrégiben az Északi Középhegységben vett egy hegyoldalt, hogy ott sípályát üzemeltessen. Sajnos a folyamatosan enyhe tél miatt be kellett látnia, hogy ez nem fog működni. Most új terve szerint a hegyoldalról elhíreszteli, hogy többféle vallás szentjei is megjelentek ott az emberek előtt, és azóta az egész domboldal gyógyító biorezgéseket bocsát ki. A hegyen az új projekt szerint zarándokmúsorokat és gyógyító szolgáltatásokat szervezne, s mindehhez belépőjegyet is szedne. A tervezett árbevétel (jegyek, díjak, ereklyék bevételei) az első évben 220 millió Ft lesz, amely évente 30 millió Ft-tal növekedik. A különféle nyújtott szolgáltatások költségei az árbevétel 45%-át teszik ki. A költségek az adott évben pénzáramlással is járnak. A hegyoldal-projekt beindításához 40 millió Ft értékben forgóeszközöket (anyagok, amikből az ereklyék készülnek stb.) kell beszerezni. A működés során a nettó forgótőke az adott évi árbevétel 30 százalékát teszi ki. A nettó forgótőkét a 3. év végén a könyv szerinti érték 80 százalékért értékesítik. A hegyoldal zarándékbarrát kialakításához egy 160 millió forintos beruházást (faházak létesítését) is végre kell hajtani. A beruházást 5 év alatt lehet nullára leírni a számviteli szabályok szerint. A tervek szerint a lerakott faházakat a 3. év végén leállítják és 50 millió Ft-ért értékesítik. Az értékesítésből várhatóan a negyedik év végén folyik be a pénzbevétel.

- Készítse el a projekt CF kimutatását, ha a társasági adó nagysága 22%!
- Érdemes-e megvalósítani a projektet, ha az alternatív befektetések hozama 14%?
- Mekkora a projekt jövedelmezőségi indexe, megtérülési ideje és diszkontált megtérülési ideje?

Megoldás

- a) A projekt CF kimutatásának részletes levezetését az alábbi táblázat mutatja.

MFt	0	1	2	3	4
bevétel	0	220	250	280	0
folyó ráfordítás	0	-99	-112,5	-126	0
értékcsökkenés	0	-32	-32	-32	0
egyéb eredmény	0	0	0	-30,8	0
adózás előtti er.	0	89	105,5	91,2	0
adó	0	-19,6	-23,2	-20,1	0
adózás utáni er.	0	69,4	82,3	71,1	0
adózás utáni er.	0	69,4	82,3	71,1	0
értékcsökkenés		32	32	32	0
Δ NFT	-40	-26	-9	75	0
beruházás	-160	0	0	0	0
bef. tárgyi eszk. ért.	0	0	0	14	50
CF	-200	75,4	105,3	192,1	50
bef. tárgyi eszk.	160	128	96	0	0
NFT	40	66	75	0	0
Δ NFT	40	26	9	-75	0

A 3. évben az egyéb eredmény sor tartalmazza, hogy a nettó forgótőkét (amelynek értéke a 3. évben az eladás előtt 84 MFt) 20% veszteséggel, illetve a faházakat $50 - 64 = -14$ MFt veszteséggel értékesítik (a faházak eladás előtti könyv szerinti értéke $96 - 32 = 64$ MFt). A befektetett tárgyi eszközök értékesítése sor korrigálja ezt annyival, hogy mind a 3., mind a 4. évben a befektetett eszközök értékesítéséből tényleg beérkező CF (3. évben 0 MFt, 4. évben a faházak 50 millió forintos eladási ára) kijöjjön.

- b) A 14%-os elvárt hozam mellett (felhasználva az előző pontban kiszámított CF-kat) a projekt nettó jelenértéke 106,5 millió forint. Tehát érdemes megvalósítani a projektet.

c) jövedelmezőségi index: $PI = \frac{NPV}{|C_0|} = \frac{106,5}{200} = 0,53$

megtérülési idő: 2,1 év (ha úgy számolunk, hogy éven belül egyenletesen folynak be a bevételek és keletkeznek a költségek)

diszkontált megtérülési idő: 2,4 év (ha úgy számolunk, hogy éven belül egyenletesen folynak be a bevételek és keletkeznek a költségek)

6. A Zöld Kft. új tevékenységének beindításához 24 MFt-ért kell gépparkot („Szerverterem I.”) beszerezni. Ezt követően a géppark üzemeltetéséhez a harmadik év végén újabb 10 MFt-os bővítésre van szükség („Szerverterem II.”). Az első gépparkot hat év alatt lineáris kulcs szerint, a másodikat két év alatt egyenlő arányban írhatja le a vállalat. A hatodik év végén a vezetők tervei szerint az egész kiszolgáló üzemet egyben értékesítik, összesen 8 MFt-ért. A kiszolgáló üzemet hat évig fogják üzemeltetni, egészen az értékesítés pillanatáig. A kiszolgáló üzem működtetési költsége az első évben 4 MFt-ot tesz ki, majd ezt követően 1 MFt-tal nő évente. A projektből származó árbevétel az első évben várhatóan 14 MFt-ot jelent majd, ami évente 2 MFt-tal nő. A vevőszámla minden évben az árbevétel 25%-át jelenti, a szállítótartozások az éves működési költség 20%-át teszik ki. Az üzem elindításakor 1 MFt-nyi forgóeszköz készletre is szükség van, ez a szint hat évig ugyanannyi marad. A hatodik év

végén a nettó forgóeszközöket könyv szerinti értéken kivezetik, a szállítótartozást kifizetik. A forgóeszközökből szerzett bevétel azonnal megérkezik, a kiszolgáló üzem eladásából befolyó pénzösszeg azonban csak egy évvel az értékesítés pillanata után. A társasági nyereségadó kulcsa 40%.

- Készítse el a Zöld Kft. projektjének pénzáram-előrejelzését indirekt cash-flow módszerrel!
- Mekkora a NFT szintje és változása az egyes években?
- Megéri-e elindítani a projektet, ha 15% a projekt elvárt hozama?

Megoldás

- A CF kimutatás indirekt módszerrel az alábbi.

MFt	0	1	2	3	4	5	6	7
bevétel	0	14	16	18	20	22	24	0
folyó ráfordítás	0	-4	-5	-6	-7	-8	-9	0
értékcsökkenés	0	-4	-4	-4	-9	-9	-4	0
egyéb eredmény	0	0	0	0	0	0	8	0
adózás előtti er.	0	6	7	8	4	5	19	0
adó	0	-2,4	-2,8	-3,2	-1,6	-2	-7,6	0
adózás utáni er.	0	3,6	4,2	4,8	2,4	3	11,4	0
adózás utáni er.	0	3,6	4,2	4,8	2,4	3	11,4	0
értékcsökkenés	0	4	4	4	9	9	4	0
Δ NFT	-1	-2,7	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	4,9	0
beruházás	-24	0	0	-10	0	0	0	0
bef. tárgyi eszk. ért.	0	0	0	0	0	0	-8	8
CF	-25	4,9	7,9	-1,5	11,1	11,7	12,3	8
bef. tárgyi eszk.	24	20	16	22	13	4	0	0
vevők	0	3,5	4	4,5	5	5,5	0	0
szállítók	0	-0,8	-1	-1,2	-1,4	-1,6	0	0
forgóeszköz	1	1	1	1	1	1	0	0
NFT	1	3,7	4	4,3	4,6	4,9	0	0
Δ NFT	1	2,7	0,3	0,3	0,3	0,3	-4,9	0

A 6. évben a cég eladja a kiszolgáló üzemet – amely 0 MFt könyv szerinti értékkel bír – 8 MFt-ért. Ez bekerül az egyéb eredménybe. Azonban ezzel a 6. évben nem jár CF (csak a 7. évben), tehát a hozzáadott 8 MFt-ot ki is kell vonni a befektetett tárgyi eszköz értékesítése során. Az NFT-t is értékesítik könyv szerinti értéken (ezért az egyéb eredmény hatással nem bír).

- Lásd az előző táblázat végén. A 6. évben annyi megjegyzés, hogy év közben 5,2 MFt-ra nő az NFT, majd év végén a kivezetés miatt nullára csökken, így éves viszonyításban –4,9 MFt a változás.
- A megadott 15%-os elvárt hozammal diszkontálva a pénzáramlásokat a projekt nettó jelenértéke 4,74 MFt, tehát megéri elindítani.

VII. Vállalati tőkeköltség-számítás

1. Ön egy pénzügyi szolgáltató vállalkozást vezet, és – szórakozásból – a cég pénzügyeit is intézi.
 - a) Társaságához hasonló tevékenységű cég működik a szomszéd városban. A 40%-os D/V piaci alapú eladósodottsági rátával működő versenytárs részvényei a tőzsdén forognak, és 25% hozamot várnak el a részvényektől a befektetők, miközben a kockázatmentes kamat 8%, a piaci kockázati prémium 10%. A versenytárs nem adózik, hiteleinek bétája 0,2. Mekkora az eszközbéta az ön cégének? Mekkora hozamot vár el saját cégének eszközeitől?
 - b) Önnek hosszú időn keresztül szüksége lesz munkájához egy laptopra. Két számítógép közül választhat. Az Alma számítógép 400 eFt-ba kerül, a hozzá tartozó szoftverek éves díja 100 eFt, és 8 évig garanciálisan használható. A Körte 200 eFt-os bekerülési árú, a jogtisza szoftverek szintén 100 eFt/éves díjúak, de 3 évente le kell cserélni. A leselejtezés során a nullára leírt gépeket jótékonyági célja ajánlja fel. Melyiket válassza?
 - c) A számítógépek beszerzését éves 20%-os kamatozású hitelből is megteheti. Vállalatának tervezett árbevétele 2 MFt/év, amelynek 80%-a személyi kifizetés, és ez minden évben változatlan. A vállalkozás nyereségadó kulcsa 19%, a számítógépet a cég lineáris kulcs szerint írhatja le, a hasznos időtartamra. Mekkora a választott számítógép egyszeri, hitelből történő vásárlásának APV-je? (Az adópajzs a cég tevékenységével azonos kockázatú.)

Megoldás

- a) Mivel a versenytárs részvényeitől 25% hozamot várnak el, így $\beta_E = \frac{E(r_E) - r_f}{E(r_M) - r_f} = \frac{25\% - 8\%}{10\%} = 1,7$, így a versenytárs eszközbéta $\beta_A = \frac{E}{V} \beta_E + \frac{D}{V} \beta_D = 0,6 \cdot 1,7 + 0,4 \cdot 0,2 = 1,1$. A saját cégem eszközbéta megegyezik a konkurensével, mert ugyanakkora kockázatot visel a két vállalkozás. Ez alapján az eszközöktől elvárt hozam $E(r_A) = r_f + \beta_A \cdot (E(r_M) - r_f) = 8\% + 1,1 \cdot 10\% = 19\%$.
- b) A döntést a költségegyenértékesek alapján kell meghozni. $PV(Alma) = 400 + \sum_{i=1}^8 \frac{100}{1,19^i} = 795,4$ eFt, innen a költségegyenértékes $C^* = \frac{795,4}{AF(8;19\%)} = \frac{795,4}{3,9544} = 201,1$ eFt. $PV(Körte) = 200 + \sum_{i=1}^3 \frac{100}{1,19^i} = 414$ eFt, amiből $C^* = \frac{414}{AF(3;19\%)} = \frac{414}{2,1399} = 193,5$ eFt, tehát a Körtét érdemes választani.
- c) Mivel $APV = NPV + PV(\text{adóelőny}) - PV(\text{finanszírozás költsége})$, így először a laptop vásárlás NPV-jét kell meghatározni.

MFt	0	1	2	3
bevétel		2	2	2
személyi kifizetés		-1,6	-1,6	-1,6
szoftver		-0,1	-0,1	-0,1
értékkcsökkenés		-0,07	-0,07	-0,07
adózás előtti er,	0	0,23	0,23	0,23
adó	0	-0,04	-0,04	-0,04
adózás utáni er,	0	0,19	0,19	0,19
adózás utáni er,	0	0,19	0,19	0,19

értékcsökkenés		0,07	0,07	0,07
beruházás	-0,2			
CF	-0,2	0,26	0,26	0,26
DCF	-0,2	0,21	0,18	0,15

Ez alapján $NPV = 0,34$ Mft.

Mivel 0,2 Mft hitelt vesz fel a vállalat, így ennek éves kamatdíja (20%-os kamatozás mellett) 0,04 Mft. Az ezáltal megtakarított adó $0,04 \cdot 19\% = 0,008$ Mft évente. Ennek jelenértéke a vizsgált hároméves periódusra 0,016 Mft. Mivel a finanszírozásnak költsége nincs, így $APV = 0,34 + 0,016 = 0,356$ Mft.

2. Az SPM Holding két iparágban tevékenykedik: a pénzügyi szolgáltatásokéban és az oktatásban, melyek aránya közel azonos a Holding tevékenységében. A Holding 10% kamaton kap hitelt, amely a vállalat piaci értékének 40%-át teszi ki, ez az arány mindkét divízióban azonos. A kockázatmentes befektetés hozama 8%. A piaci kockázati prémium 10%. Ön némi kutatás után a Holding két divíziójához hasonló angliai cégről talált néhány felhasználhatónak tűnő információt:

cég	rész- vények bétája	hitelek bétája	számvi- teli D/V	részvény- piaci kapita- lizáció (eGBP)	rész- vények árfo- lyama (GBP)	névér- ték (GBP)
IMP Brokerage Inc.	1,6	0,1	0,7	4 000	80	50
FinEdu Inc.	0,9	0,2	0,2	12 000	600	100

A CAPM feltevései fennállnak. Határozza meg

- d) a két divízió, illetve
- e) a teljes Holding tőkekölségét, valamint
- f) a részvényesek elvárt hozamát!

Megoldás

- a) Pénzügyi szolgáltatási divízió. A hasonló cég eszközbétája $\beta_A = \frac{E}{V} \cdot \beta_E + \frac{D}{V} \cdot \beta_D = 0,3 \cdot 1,6 + 0,7 \cdot 0,1 = 0,55$, innen a tőkekölség $WACC_{szolg} = E(r_A) = r_f + \beta_A \cdot (E(r_M) - r_f) = 8\% + 0,55 \cdot 10\% = 13,5\%$.

Oktatási divízió. A hasonló cég eszközbétája $\beta_A = \frac{E}{V} \cdot \beta_E + \frac{D}{V} \cdot \beta_D = 0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,76$, innen a tőkekölség $WACC_{okt} = E(r_A) = r_f + \beta_A \cdot (E(r_M) - r_f) = 8\% + 0,76 \cdot 10\% = 15,6\%$.

- b) A teljes holding tőkekölsége a két divízió tőkekölségének súlyozott átlaga. Mivel a két divízió aránya közel azonos a holding tevékenységében, így $WACC_{holding} = E(r_{A,holding}) = 0,5 \cdot 13,5\% + 0,5 \cdot 15,6\% = 14,55\%$. (A béták is átlagolhatóak, és újra kiszámítható a tőkekölség a teljes Holding bétáját felhasználva.)

- c) A részvényesek elvárt hozama. $WACC_{holding} = \frac{E}{V} E(r_E) + \frac{D}{V} r_D$, vagyis $14,55\% = 0,6 \cdot E(r_E) + 0,4 \cdot 10\%$, innen $E(r_E) = 17,58\%$.

3. Önnek két vállalkozása van, a Pirula Művek Zrt. és a KerékKötő Zrt. Mindkét társaság zártkörű, egyetlen közös bennük, hogy mindkettő hasonló gumi és műanyag alapanyagokat használ. Az első gyógyszeripari, a második autóiipari cégnek számít, nincs közöttük szinergielehetőség. A két cégből most egy holding jellegű konszernt hozna létre PiKK Nyrt. néven, hogy a nagyobb mérettel megjelenhessen a tőzsdén és új befektetőket találjon a meglévők mellé. Ehhez viszont be kell áraznia a cég részvényét. Becslése szerint az új cégben az egy részvényre jutó osztalék 400 Ft lesz, és ennek tervezett 2%-os növekedési üteme is fenntartható a 2000 Ft-os névértékű értékpapíron, viszont nem ismeri a cég részvényeinek tőke költségét. Az egyesülő cégekről a következő adatokat ismerjük:

cég	cégmenték (piaci, részvény + hitel)	tőkeáttétel (piaci D/V)
Pirula Zrt.	400 Mrd Ft	50%
KerékKötő Zrt.	600 Mrd Ft	30%

Más, az autóiiparban és a gyógyszeriparban tevékenykedő vállalatokról az alábbiakat tudjuk:

versenytárs	iparág	tőkeáttétel (piaci)	részvények hozamának szórása	részvények hozamának korrelációja a piaci hozammal
Tabletta Nyrt.	gyógyszer	60%	16%	0,40
Bog-Nár Nyrt.	autó	20%	36%	0,87

A CAPM feltevései fennállnak, a hitelek minden esetben kockázatmentesnek tekinthetők, a kockázatmentes kamat 5%, minden lejáratra. A piaci portfólió elvárt hozama 15%, a hozamok szórása 25%. Az adóktól eltekintünk.

- Határozzuk meg az autóiipari és gyógyszeripari eszközbétákat!
- Határozzuk meg saját autóiipari és gyógyszeripari vállalatunk részvénybétáit!
- Mekkora az egyesített cég eszközbétája?
- Mekkora az egyesített cég részvénybétája?
- Mekkora az új cég (PiKK Nyrt.) részvényeitől elvárt hozam és a piaccal konzisztens részvényárfolyam?

Megoldás

- Mivel a hitelek kockázatmentesnek tekinthetőek, így $\beta_D = 0$. $\beta_{E,i} = \frac{\text{Cov}(r_{E,i}, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\text{Corr}(r_{E,i}, r_M) \cdot \sigma_{E,i} \cdot \sigma_M}{\sigma_M^2}$. A képletet felhasználva a Tabletta Nyrt. részvényeinek bétája $\beta_{E, \text{Tabletta}} = \frac{0,4 \cdot 0,16 \cdot 0,25}{0,25^2} = 0,256$. Az eszközbéta a részvénybéta és a hitelbéta súlyozott átlaga, vagyis $\beta_{A, \text{gyógyszer}} = 0,4 \cdot 0,256 + 0,6 \cdot 0 = 0,1024$.
A Bog-Nár Nyrt. részvényeinek bétája hasonlóképpen $\beta_{E, \text{Bog-Nár}} = \frac{0,87 \cdot 0,36 \cdot 0,25}{0,25^2} = 1,2528$.
Az eszközbéta pedig $\beta_{A, \text{autó}} = 0,8 \cdot 1,2528 = 1,0022$.
- Mivel az eszközbéták az iparágra jellemzőek, így az előző pontban kiszámoltak alapján a Pirula Művek Zrt. részvénybétája a $\beta_A = \frac{E}{V} \beta_E + \frac{D}{V} \beta_D$ képletet felhasználva $\beta_{E, \text{Pirula}} = \frac{\beta_{A, \text{gyógyszer}}}{0,5} = \frac{0,1024}{0,5} = 0,2048$. A KerékKötő Zrt. részvénybétája pedig $\beta_{E, \text{KerékKötő}} = \frac{1,0022}{0,7} = 1,4318$.

- c) Az egyesített cég eszközbétája az egyes iparági eszközbéták súlyozott átlaga. $\beta_{A,PIKK} = 0,4 \cdot 0,1024 + 0,6 \cdot 1,0022 = 0,6423$.
- d) Az egyesített cég részvénybétájának kiszámításához az egyesített cég tőkeáttételét kell meghatározni. Az egyesített cég piaci értéke 1000 Mrd Ft lesz (nincs szinergia), ebből $400 \cdot 50\% + 600 \cdot 30\% = 380$ Mrd Ft a hitel, vagyis $D/V = 0,38$. A részvénybéta tehát $\beta_{E,PIKK} = \frac{0,6423}{1-0,38} = 1,036$.
- e) A részvénybéta ismeretében a CAPM egyenlete alapján a részvényektől elvárt hozam $E(r_{E,PIKK}) = r_f + \beta_{E,PIKK} \cdot (E(r_M) - r_f) = 5\% + 1,036 \cdot (15\% - 5\%) = 15,36\%$. A részvényárfolyam az osztalékok jelenértéke. Mivel az osztalékfizetés növekvő tagú örökjáradék, így $P = \frac{400}{15,36\% - 2\%} = 2994$ Ft.
4. Egy holdingban két tevékenységet végeznek, kalapgyártást és malomipart. A kalapdivízió 100 MFt örökjáradékszerű pénzáramlást hoz és eszközhozama 20%. A holding részvényeitől elvárt hozam 30%. A holding tőkeáttétele (D/V) 40%-os, a hitelre minden évben 52 MFt-ot kell fizetni, örökké. A malomipari divízió 200 MFt szintén örökjáradékszerű pénzáramlást eredményez. Mekkora a malomipari divíziótól elvárt eszközhozam?

Megoldás

A kalapdivízió piaci értéke a belőle származó örökjáradék jelenértéke, tehát $\frac{100}{0,2} = 500$ MFt. A teljes holdingból származó éves jövedelem 300 MFt, amiből a részvényeseké lesz $300 - 52 = 248$ MFt. A holding részvényeinek teljes értéke ennek az örökjáradéknak a jelenértéke, vagyis $\frac{248}{0,3} = 826,7$ MFt. Mivel $D/V = 0,4$, így $E/V = 0,6$, amiből $V = \frac{E}{0,6} = \frac{826,7}{0,6} = 1377,8$ MFt a holding piaci értéke. Ebből 500 MFt-ot tesz ki a kalapdivízió, a maradék 877,8 MFt a malomipari divízió jelenértéke, amely pedig az örökjáradékszerű pénzáramlás miatt éppen $200/r_A$, innen $r_A = 200/877,8 = 22,78\%$ a malomipari divíziótól elvárt eszközhozam.

5. A „Rózsaszín Párduc” Holdingnak két cége van, a „Piros” Nyrt. számítástechnikai szervergyártó, ami a Holding értékének 30%-át adja, és a „Hópárduc” Jégkrémkészítő Zrt., amely 70%-os részt képvisel a Holding értékéből. A kockázatmentes kamatláb 12%, az elvárt piaci hozam 20%. A CAPM feltevései fennállnak. A Holding tevékenységét 30%-ban 0,1 bétájú hiteltől finanszírozzák. A „Hópárduc” Zrt. tőkeköltsége ismert, 14%, a „Piros” Nyrt. tőkeköltségét viszont a versenytársak adatainak segítségével kell megbecsülni. A „Sárga” Nyrt. a legfontosabb ilyen versenytárs, a főbb adatok:

cég	iparág	becsült részvénybéta	tőkeáttétel (D/V)	tőkeköltség
„Hópárduc” Zrt.	jégkrém	n.a.	30%	14%
„Piros” Nyrt.	szervergyártó	n.a.	40%	n.a.
„Sárga” Nyrt.	szervergyártó	0,6	50%	n.a.

Tudjuk még, hogy a „Sárga” Nyrt. hiteleinek bétája 0,2. Az adóktól eltekintünk.

- a) Mekkora a „Sárga” Nyrt. részvényeitől és eszközeitől elvárt hozam?
- b) Mekkora a Holding egyes részlegeinek eszközeitől elvárt hozam?
- c) Becsülje meg a Holding egészének eszközeitől elvárt hozamát!

d) Becsülje meg a Holding egészének részvényeitől elvárt hozamát!

Megoldás

- a) A részvényektől elvárt hozam könnyen számítható a részvénybéta segítségével, $r_{E,S\acute{a}rga} = 12\% + 0,6 \cdot (20\% - 12\%) = 16,8\%$. Az eszköztől elvárt hozamhoz először az eszközbétát kell kiszámítani: $\beta_{A,szerver} = 0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,4$. Innen $r_{A,szerver} = 12\% + 0,4 \cdot (20\% - 12\%) = 15,2\%$.
- b) A szervergyártó részleg eszközeitől elvárt hozam 15,2%, mert ez iparági jellemző, tehát az iparág különféle vállalataira egyező nagyságú. A jégkrémgyártás tőkeköltsége (eszközeitől elvárt hozama) adott, 14%.
- c) A Holding eszközeitől elvárt hozam az egyes részlegektől elvárt hozamok súlyozott átlaga, vagyis $r_{A,Holding} = 0,3 \cdot r_{A,szerver} + 0,7 \cdot r_{A,j\acute{e}gkr\acute{e}m} = 0,3 \cdot 15,2\% + 0,7 \cdot 14\% = 14,36\%$.
- d) Mivel $WACC = r_A = \frac{E}{V}r_E + \frac{D}{V}r_D$, és r_A , illetve a hitelek aránya a Holding értékéből ismertek, így r_D -t kell meghatározni. A CAPM egyenlete alapján $r_D = r_f + \beta_D \cdot (E(r_M) - r_f) = 12\% + 0,1 \cdot (20\% - 12\%) = 12,8\%$. Az előbbi egyenlet átrendezéséből a Holding részvényeitől elvárt hozam $r_E = \left(r_A - \frac{D}{V}r_D\right) \cdot \frac{V}{E} = (14,36\% - 0,3 \cdot 12,8\%) \cdot \frac{1}{0,7} = 15,03\%$.
6. Ön a Kombinált Energiaszolgáltató Zrt. pénzügyi igazgatója. A cég egyszerre többféle tevékenységet végez: gázellátóként a vállalati és lakossági szektort látja el egy régióban, gáztermelőként áramot ad el a disztribútoroknak. Ezen kívül egy gáz- és olajkút mezőt is üzemeltet. A három terület eltérő kockázatú, és eltérő nyereségességű. A hasonló területen működő cégekről szerzett legfontosabb adatok:

cég	iparág	tőkeáttétel (D/V)	részvénybéta	P/E
Köz-Gáz Zrt.	közszolgáltató	0,4	0,4	5
Naggyon Gáz Nyrt.	energetika	0,5	0,7	4
Bobi és Dzsoki Zrt.	kitermelés	0,2	0,8	6

A cég három divíziójának egy év múlva, az év végére várható adózás előtti működési eredményét és vállalati szabad pénzáramát (ebben nincsen benne a hitelezői pénzáram) az alábbi táblázat tartalmazza:

megnevezés	gázszolgáltatás	áramtermelő gáztermelő	kitermelés
EBIT (Mrd Ft)	15	35	5
FCFF (Mrd Ft)	20	30	12

Mindhárom cégdivízió örökjáradékszerűen termeli a pénzáramokat. A CAPM feltevései fennállnak, a kockázatmentes hozam 5%, a piaci elvárt hozam 20%. A kockázatmentes hitel bétája 0,1. Az adóktól a példa erejéig tekintsünk el. Mekkora a Kombinált Energiaszolgáltató

- a) eszközbétája és
- b) részvénybéta, ha a cég részvényeinek piaci értéke kétszerese a hitelei piaci értékének?
- c) Határozza meg a cég P/E rátáját!

Megoldás

- a) Először is határozzuk meg az egyes divíziók eszközbétáit a hasonló cégek adatai alapján. Ehhez az alábbi képletet használjuk: $\beta_A = \frac{D}{V} \cdot \beta_D + \frac{E}{V} \cdot \beta_E$. A hitelbéta mindig 0,1, így az eszközbétákat az alábbi táblázat tartalmazza.

cég	D/V	E/V	eszközbéta
Köz-Gáz Zrt.	0,4	0,6	0,28
Naggyon Gáz Nyrt.	0,5	0,5	0,4
Bobi és Dzsoki Zrt.	0,2	0,8	0,66

A Kombinált Energiaszolgáltató eszközbétája a három divízió eszközbétájának súlyozott átlaga. A súlyokat az egyes divíziók cégértéke adja, amelyeket az EBIT alapján határozhatunk meg. Az eszközbéták alapján meghatározható az egyes üzletágaktól elvárt hozam (CAPM alapegyenletét használva). Mivel a divíziók örökjáradékszerűen termelnek CF-t, így az egyes divíziók értéke az aktuális EBIT és az elvárt hozam hányadosa.

divízió	eszközbéta	elvárt hozam	EBIT (Mrd Ft)	cégérték (Mrd Ft)	cégérték (%)
közzszolgáltató	0,28	9,2%	15	163	31,7%
energetika	0,4	11%	35	318,2	61,8%
kitermelés	0,66	14,9%	5	33,6	6,5%

A Kombinált Energiaszolgáltató eszközbétája tehát $\beta_A = 0,317 \cdot 0,28 + 0,618 \cdot 0,4 + 0,065 \cdot 0,66 = 0,38$.

- b) Mivel a cég részvényeinek piaci értéke kétszerese hitelei piaci értékének, így $D/E = 0,5$, vagyis $D/V = 0,33$ és $E/V = 0,67$. Ez alapján $\beta_E = \left(\beta_A - \frac{D}{V} \cdot \beta_D \right) \cdot \frac{V}{E} = (0,38 - 0,33 \cdot 0,1) \cdot 1,5 = 0,52$.
- c) A teljes cég értéke a három divízió értékének összege, tehát $163 + 318,2 + 33,6 = 514,8$ Mrd Ft. A részvények értéke ennek $2/3$ része, tehát 343,2 Mrd Ft. A teljes cég EBIT-je pedig szintén a három divízió EBIT-jének összege, tehát 55 Mrd Ft. Innen $P/E = 343,2/55 = 6,24$.

VIII. Beruházási döntések

1. Az Ön cégének lehetőségében áll a cég rendelkezésére álló 600 MFt-nyi tőkét különböző projektekbe alokálnia. A projektektől elvárt hozam 10%. A következőket tudja az egyes alternatívák becsült pénzáramairól:

proj.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	-200	200	-100	200							
B	-300	0	100	400							
C	-300	0	300								
D	-100	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

- Mekkora a projektek megtérülési ideje és diszkontált megtérülési ideje? (Törtidőszakkal is kalkuláljon.)
- Mekkora a projektek NPV-je?
- Mekkora a C és D projektek IRR-je?
- Melyik projekteket valósítsák meg?

Megoldás

- A projekt: megtérülési idő 1 év, diszkontált megtérülési idő 2,671 év
 B projekt: megtérülési idő 2,5 év, diszkontált megtérülési idő 2,72325 év
 C projekt: megtérülési idő 2 év, diszkontált megtérülési idő nincs (soha sem térül meg)
 D projekt: megtérülési idő 5 év, diszkontált megtérülési idő 7,2821 év
 - A projekt: $NPV = -200 + \frac{200}{1,1} - \frac{100}{1,1^2} + \frac{200}{1,1^3} = 49,44$ MFt
 B projekt: $NPV = -300 + \frac{100}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} = 83,17$ MFt
 C projekt: $NPV = -300 + \frac{300}{1,1^2} = -52,07$ MFt
 D projekt: $NPV = -100 + \frac{20}{1,1} + \frac{20}{1,1^2} + \frac{20}{1,1^3} + \frac{20}{1,1^4} + \frac{20}{1,1^5} + \frac{20}{1,1^6} + \frac{20}{1,1^7} + \frac{20}{1,1^8} + \frac{20}{1,1^9} + \frac{20}{1,1^{10}} = 22,89$ MFt
 - C projekt: $0 = -300 + \frac{300}{(1+IRR)^2}$, innen $IRR = 0$
 D projekt: a kifizetés egy 10 éves annuitás, így felírható $0 = -100 + 20 \cdot AF(10; IRR)$, vagyis $AF(10; IRR) = 5$, amiből kb. $IRR = 15\%$
 - Érdemes a pozitív nettó jelenértékű projekteket (tehát A-t, B-t és C-t) megvalósítani. Ezek induló tőkeigénye éppen 600 MFt, tehát valóban megvalósíthatóak az adott tőkekorlát mellett.
2. Ön új okostelefon vásárlását tervezi. Az „U-Glee” társaság készüléke 60 eFt-ba kerül és 3 évig garanciális, eddig fogja használni, a „Q-Tea” társaságé 100 eFt-ba kerül, viszont 6 évig vállal a gyártó garanciát a termékre. A kockázatmentes (reál-) kamatláb minden lejáratra 10%.
- Melyik telefont válassza, ha mindkettő ugyanolyan teljesítményre képes, és ezek után az adott társaság készülékének új verzióit fogja használni, amelyek árai reálértékben a mostaniakkal egyeznek meg? (Mindkét telefont a garancia lejártakor újra cseréli. A telefonok jövőbeli vételi árainak reálértékei a mai árakkal egyeznek meg.) Mekkora a két alternatíva költségegyenértéke?

- b) A garancia lejáratával azt tervezi, hogy eladja a készülékét a másodpiacon, várhatóan mindkettő típust az eladása idejében reálértéken 20 eFt-ért fogják megvenni. Mindkét telefont a garancia lejártakor új, ugyanolyan típusú készülékre cseréli. A telefonok jövőbeli vételi árának reálértékei a mai árakkal egyeznek meg. Mennyiben módosul az előzőnek adott válasza?
- c) Önnek van egy régi okostelefonja is, amit még két évig tudna használni úgy, ahogy az újakat, ha évente 20 eFt-ért megjavíttatná a telefonszervizben. Két év után mindenképpen elavul az operációs rendszere, és nem tudja eladni a használttelefon-piacon, most viszont még 20 eFt-ot érne ott. Az új készülék vásárlását a mai feltételekkel egy év múlva is választhatja. Megéri-e várni még egy évet?

Megoldás

a) „U-Glee” telefon költségegyenértékese: $C^* = \frac{PV}{AF(3;10\%)} = \frac{60}{2,4869} = 24,14 \text{ eFt}$

„Q-Tea” telefon költségegyenértékese: $C^* = \frac{PV}{AF(6;10\%)} = \frac{100}{4,3553} = 22,96 \text{ eFt}$

Utóbbi telefont érdemes választani.

b) „U-Glee” telefon új költségegyenértékese: $C^* = \frac{PV}{AF(3;10\%)} = \frac{60 - \frac{20}{1,1^3}}{2,4869} = 18,09 \text{ eFt}$

„Q-Tea” telefon új költségegyenértékese: $C^* = \frac{PV}{AF(6;10\%)} = \frac{100 - \frac{20}{1,1^6}}{4,3553} = 20,37 \text{ eFt}$

Ilyen kondíciók mellett az előbbi telefont érdemes választani.

- c) Nem éri meg várni, mert az „U-Glee” éves költségegyenértékese 18,09 eFt, tehát olcsóbb, mint a szervizeltetés (20 eFt).

3. A Befektetések Tanszék új pénzügyi laboratórium elindítását tervezi. A teremben egy, a diákok által működtetett befektetési alapot (Trading Room Fund) is kezelnének, amihez a diákok a kora reggeli és esti órákban használnák a termet. Az extra teremhasználat miatt a számítógépparkot 3 év után le kellene cserélni (ha később is folytatják, akkor ezt követően is 3 évente). Ha nem indul be a Trading Room Fund, akkor a számítógépeket ráér 6 évente cserélni. A számítógépek együttes beszerzési értéke 2 MFt, aminek reálértéke nem változik a feltevéseink szerint a jövőben sem. A nominális hozamgörbe 5%-on vízszintes, az elemzők minden időtávra kb. 2%-os inflációt várnak. A példában szereplő események, adatok és személyek kitaláltak, a valósággal való bármilyen egyezés a véletlen műve.

- a) Mekkora a pótlólagos használat költségének jelenértéke, ha a Trading Room Fund projektet a harmadik év végén befejezik?

- b) Mi a helyzet akkor, ha a projekt a végtelenségig folytatódik?

Megoldás

- a) A reálkamatláb kb. évi 3%. A Trading Room Found 3 évig való működtetésével eltolódnak a számítógéppark lecserélésének időpontjai. Eredetileg a 6., 12., 18., stb. években kellene cserélni; ha működik az alap 3 évig, akkor pedig a 3., 9., 15., stb. években kell cserélni. A két örökjáradék jelenértékét kell összehasonlítani. $PV(eredeti) = 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{(1,03^6)^i} = 2 + \frac{2}{1,03^6 - 1} = 12,3 \text{ MFt}$, $PV(Trading Room Found) = 2 + \frac{PV(eredeti)}{1,03^3} = 13,3 \text{ MFt}$. A pótlólagos használat költsége a két jelenérték különbsége, azaz 1 MFt.

- b) Szintén két örökjáradék jelenértékét kell összehasonlítani. Trading Room Found nélkül 12,3 Mft a terem fenntartásának jelenértéke, ha örökké működni fog a Trading Room Found akkor pedig $PV(TRF \text{ örökké}) = 2 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{(1,03^3)^i} = 2 + \frac{2}{1,03^3 - 1} = 23,6 \text{ Mft}$. A különbség, tehát a pótlólagos költség jelenértéke 11,3 Mft.
4. A Befektetések Tanszék új pénzügyi laboratórium elindítását tervezi. A laboratóriumba különböző szoftvereket és számítógépeket vennének, azonban a beruházáshoz allokált (szponzoroktól összegyűjtött) költségvetés korlátos. A következő beruházási lehetőségek állnak rendelkezésre:
- A. egy korábbi számítógépterem felújítása, ennek költsége most 3 Mft, de lemondunk egy számítógépteremről, hasonlót pedig évi 1 Mft-ért tudnánk bérelni;
 - B. új számítógépterem átalakítása oktatási teremből, ennek költsége 4,5 Mft, viszont lemondunk egy standard oktatási teremről, és bár a hallgatókat kevesebb terembe zsúfolva is lehet tanítani, az ingatlanért felelős igazgató évi 500 eFt-ra becsli a kiesés értékét;
 - C. új számítógépterem kialakítása az egyetemi könyvtár területén, ennek költsége 6 Mft, a terem eredeti funkciójának teljeskörű áttelepítése a könyvtár többi részére egyszeri 1 Mft.
- A pénzügyi laboratóriumban hagyományos órák nem lesznek. A termeket az átalakítás során 12 számítógéppel építik ki, amivel évente 8 Mft érték termelhető ki (konkrét pénzbevétel és a hallgatói hozzáférés elméleti díja is szerepel az összegben). A teremhez szoftvereket is vásárolnak, ennek induláskori díja 30 Mft. A géptermet 8 évig tervezik ebben a formában működtetni. Az oktatási iparban elvárt piaci nominális hozam minden lejáratra 10%. A példában szereplő események, adatok és személyek kitaláltak, a valósággal való bármilyen egyezés a véletlen műve.
- a) Írja fel a három beruházási alternatíva pénzáramait!
 - b) Rangsorolja az alternatívákat megtérülési idő, NPV, jövedelmezőségi index és belső megtérülési ráta (IRR) szerint!

Megoldás

a) A három alternatíva pénzárama (bevétel – kiadás) az alábbi táblázatban látható.

altern.	0	1	2	3	4	5	6	7	8
A	-33	7	7	7	7	7	7	7	7
B	-34,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
C	-37	8	8	8	8	8	8	8	8

b) Megtérülési idő: mindegyik projekt 5 év alatt térül meg, ha tört évekkkel is számolunk, akkor a sorrend: B (4,6 év), C (4,625 év), A (4,71 év).

NPV: a diszkontált CF-kat az alábbi táblázat mutatja

altern.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	NPV	PI
A	-33	6,36	5,79	5,26	4,78	4,35	3,95	3,59	3,27	4,34	13%
B	-34,5	6,82	6,20	5,63	5,12	4,66	4,23	3,85	3,50	5,51	16%
C	-37	7,27	6,61	6,01	5,46	4,97	4,52	4,11	3,73	5,68	15%

Az NPV a diszkontált CF-k összege, vagy egyszerűbben annuitásképlettel: $PV(A) = -33 + 7 \cdot AF(8; 10\%)$. NPV alapján a rangsor: C, B, A.

A jövedelmezőségi index képlete $PI = NPV/|C_0|$. Jövedelmezőségi index alapján a sorrend (l. előző táblázat utolsó oszlopa): **B, C, A**.

IRR alapján: Excel =BMR() függvénye (vagy Célértékkeresés / Solver) segítségével, vagy annuitásfaktor táblázatból visszakeresve (pl. $0 = -33 + 7 \cdot AF(8; 10\%)$ az A projektnél) a sorrend: **B (14,25%), C (14,09%), A (13,52%)**.

5. Cégünkben, a Zöld Kft.-ben három számítástechnikai eszköz (szerver) közül választhatunk gyártót. A szerverek pontosan ugyanazt a feladatot képesek ellátni, de élettartamuk eltérő. A szerverekből az élettartam lejártá után ugyanattól a gyártótól újat rendelünk, a régít a gyártónak visszaadjuk. A szerverek megvásárlása és üzemeltetés a következő ráfordításokkal jár (Mft-ban):

szerver gyártója	élettartam	beszerzési ár	fenntartási költség
Piros Nyrt.	4 év	6	1
Sárga Nyrt.	5 év	5	1,5
Kék Nyrt.	6 év	4	1, ami 10%-kal nő évente

A gépekről való döntés során az értékcsökkenés és az adók hatásaitól tekintsünk el. A cégünk eszközeitől elvárt hozam 16%.

- Melyik szervert választaná gazdaságossági szempontok alapján, ha hosszú távon kívánja a szervert üzemeltetni?
- Tegyük fel, hogy a Zöld Kft. csak a szerverek által fogyasztóknak nyújtott szolgáltatásból évi 3 Mft-os árbevételt ér el. Mekkora a három eszköz megtérülési ideje?

Megoldás

- a) A három szerver éves költséggyenértékesét kell meghatározni.

Piros: $PV(Piros) = 6 + \frac{1}{0,16} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,16^4}\right) = 8,798$ Mft, amiből $C_P^* = \frac{PV(Piros)}{AF(4;16\%)} = \frac{8,798}{2,7982} = 3,144$ Mft.

Sárga: $PV(Sárga) = 5 + \frac{1,5}{0,16} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,16^5}\right) = 9,911$ Mft, amiből $C_S^* = \frac{PV(Sárga)}{AF(5;16\%)} = \frac{9,911}{3,2743} = 3,027$ Mft.

Kék: $PV(Kék) = 4 + \frac{1}{0,16-0,1} \cdot \left(1 - \frac{1,1^6}{1,16^6}\right) = 8,548$ Mft, amiből $C_K^* = \frac{PV(Kék)}{AF(6;16\%)} = \frac{8,548}{3,6847} = 2,32$ Mft.

A Kék Nyrt. által gyártott szervert érdemes választani.

- b) A Piros szerveré 3 év, a Sárga szerveré 3 és 4 év között (kb. 3,3 év), a Kék szerveré szintén 2 és 3 év között (kb. 2 év 20 nap).

IX. Tőkeszerkezeti politika és APV

1. Egy projektet 9 MFt-ból lehet megvalósítani, adózás utáni pénzáramlása 8 éven keresztül évi 2,3 MFt. A projekt maradványértéke a 8. év után zérus. A vállalati tőke költség 22%. A vállalati adókulcs 36%.
 - a) Érdemes-e a projektet saját tőkéből megvalósítani?
 - b) Érdemes-e a projektet megvalósítani, ha a beruházási összeg 30%-ára kockázatmentes hitelt lehet felvenni? A hitel 5 éves lejáratú, kamatlába évi 13%, kamatfizetés évente egyszer, törlesztés lejáratkor egy összegben történik. A nyereség minden évben biztosan fedezi a kamatot.

Megoldás

- a) A projekt nettó jelenértéke $NPV = -9 + \frac{2,3}{0,22} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,22^8}\right) = -0,676$ MFt, tehát nem éri meg megvalósítani.
 - b) Ekkor a módosított nettó jelenértéket kell meghatározni, ami $APV = NPV + PV(\text{adóelőny}) - PV(\text{finanszírozás költsége})$. A fizetendő kamat öt éven keresztül $9 \cdot 0,3 \cdot 0,13 = 0,351$ MFt. Az így keletkező adó megtakarítás évente $0,351 \cdot 0,36 = 0,126$ MFt. Ennek jelenértéke $PV(\text{adóelőny}) = \frac{0,126}{0,22} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,22^5}\right) = 0,361$ MFt. Így $APV = -0,676 + 0,361 = -0,315$ MFt, tehát továbbra sem éri meg megvalósítani a projektet. (A finanszírozásnak nincs költsége.)
2. Az X Rt. tőkeszerkezeti politikája szerint az idegen források nem haladhatják meg a vállalat értékének 50%-át, hogy a hitelek kockázatmentesek maradjanak. A vállalatvezetés két egyforma üzem (**S** és **H**) felépítését tervezi. Egy üzem felépítése 100 MFt azonnali beruházást igényel, és alapesetben várhatóan évi 12 MFt örökjáradék jellegű adózott pénzáramlást eredményez az első évtől kezdve. A projektek tőke költsége évi 12%. Az **S** üzemet a vállalat saját tőkéből hozná létre, a **H** üzemet teljes egészében hitelből finanszírozná, a hitel után évente 6% kamatot kell fizetni. A hitelállományt a vezetés elképzelése szerint a jövőben fenn lehetne tartani változatlan kamatfeltételek mellett. A vállalati nyereségadó kulcsa 36%, a tőkepiac tökéletes, és biztos, hogy a vállalat minden évben nyereséges lesz. Mekkora az **S** és mekkora a **H** üzem megépítésének módosított nettó jelenértéke?

Megoldás

- Mivel az **S** üzemet teljes egészében saját tőkéből építik fel, így ott $APV_S = NPV = -100 + \frac{12}{0,12} = 0$ MFt. A **H** üzem esetén az adóelőny mértékét kell kiszámítani (a finanszírozásnak nincs költsége, hiszen az idegen források továbbra sem fogják meghaladni a vállalat értékének 50%-át). A felvett hitel után fizetett éves kamat $100 \cdot 0,06 = 6$ MFt, ebből $6 \cdot 0,36 = 2,16$ MFt adó megtakarítás keletkezik évente. Az adó megtakarítás jelenértéke $\frac{2,16}{0,12} = 18$ MFt, így $APV_H = 0 + 18 = 18$ MFt.
3. A Stabilitás Rt. évek óta stabil és magas üzemi eredménnyel működik, tevékenységének jövedelmezősége várhatóan a jövőben is állandó marad. A társaság eddig egyáltalán nem vett igénybe idegen forrást, bár eszközei 30%-os eladósodottságot $[D/(D+E)]$ is stabilan lehetővé tennének. A társaság tevékenységéből származó adózás utáni pénzáramlás évi 50 MFt körül mozog. A vezetés most egy új projekt megvalósítását tervezi, ami a jelenlegi

tevékenység óvatos bővítését jelenti, s amelynek beruházási költségvetése egyszeri 60 MFt kiadást irányoz elő. A projektből származó pótlólagos pénzáramlás adózás után várhatóan évi 12 MFt-ot fog elérni. Mivel a cég osztalékfizetési hányada magas, és a tulajdonosok ezt fenn kívánják tartani, a társaság a projektet teljes egészében hitelből kívánja finanszírozni, amelyre a befektetési bankja egy 5 év futamidejű kötvényt javasolt. A kötvény tőketörlesztése két egyenlő részletben történik az utolsó két évben, kamata gyakorlatilag egybeesik a hozammal, ami 15%. Kamatfizetésre évente kerül sor, a kötvény törlesztését követően a vállalat konzervatív vezetése nem tervezi újabb hitelek felvételét. A vállalat tőkeköltsége 20%, adókulcsa 40%.

- Mekkora a vállalat egészének éves adómegetakarítása a hitelfelvételből adódóan? Mennyi lesz az adómegetakarítások jelenértéke?
- Mekkora a megvalósítandó projekt módosított nettó jelenértéke? Elfogadja-e a vezetés a projektet?

Megoldás

- A hitel kamatfizetéseit az alábbi táblázat mutatja:

megnevezés	1	2	3	4	5
kamat	9	9	9	9	4,5
tőke	0	0	0	30	30

Az adómegetakarítás az első 4 évben $9 \cdot 0,4 = 3,6$ MFt, míg az 5. évben $4,5 \cdot 0,4 = 1,8$ MFt. Ennek jelenértéke $PV = \frac{3,6}{1,2} + \frac{3,6}{1,2^2} + \frac{3,6}{1,2^3} + \frac{3,6}{1,2^4} + \frac{1,8}{1,2^5} = 10,04$ MFt.

- A projekt nettó jelenértéke $NPV = -60 + \frac{12}{0,2} = 0$ MFt. A hitelből történő finanszírozásnak addicionális költsége nincs, hiszen a vállalatnak nincs hitele és 30%-os eladósodottságot is el tudna bírni, míg a projekt nem tesz ki ennyit. Tehát $APV = NPV + PV(adóelőny) = 10,04$ MFt. A projektet tehát érdemes elfogadni.

X. Osztalékpolitika és részvénykibocsátás

1. Tételezzük fel, hogy egy vállalatnál az egy részvényre jutó várható nyereség a következőképpen alakul (Ft-ban):

megnevezés	0	1	2
EPS	200	225	220

A jelenben (0. év) az osztalékfizetési ráta 0,65. Várhatóan hogyan alakul a vállalati osztalék nagysága a Lintner-modell szerint, ha a módosító tényező nagysága 0,6, a megcélzott kifizetési arány pedig 0,7?

Megoldás

A Lintner-modell szerint $DIV_t - DIV_{t-1} = mt \cdot (mh \cdot EPS_t - DIV_{t-1})$, amit átrendezve $DIV_t = mt \cdot (mh \cdot EPS_t - DIV_{t-1}) + DIV_{t-1}$. $DIV_0 = 200 \cdot 0,65 = 130$ Ft. Ez alapján $DIV_1 = 0,6 \cdot (0,7 \cdot 225 - 130) + 130 = 146,5$ Ft, illetve $DIV_2 = 0,6 \cdot (0,7 \cdot 220 - 146,5) + 146,5 = 151$ Ft.

2. Egy cég stabil, 15%-os ROE mellett működik. A cég részvényeitől elvárt hozam 20%. A cég idei EPS-e éppen 260 Ft, jövő év végére pedig 300 Ft lesz. A cég idén nem fizet osztalékot. A cég egy részvényének névértéke 1740 Ft. A cégvezető a Lintner-modell [$DIV_t - DIV_{t-1} = mt \cdot (mh \cdot EPS_t - DIV_{t-1})$] szerint határozza meg a következő három évre a vállalat osztalékfizetési stratégiáját. A cég által megcélzott osztalékfizetési ráta 80%, a módosító tényező 0,8. A cég a ki nem fizetett összeget beruházásra fordítja. A harmadik év végétől az osztalékfizetési rátát 90%-osra állítja, és a cég a ki nem fizetett nyereséget teljes mértékben visszaforgatja, és a későbbiekben ez alapján működik.
- Számítsa ki a cég következő négy évre szóló tényleges osztalékfizetési rátáját!
 - Mekkora a cég növekedési üteme az első, a második, a harmadik és a negyedik évben?
 - Adja meg a cég egy részvényének értékét!
 - A részvények értékének hány százalékát teszi ki a növekedési lehetőségek jelenértéke?
 - Mekkora a cég P/E-rátája?

Megoldás

- a) Felhasználva a Lintner-modell képletét, az alábbi táblázat tartalmazza a tényleges osztalékok mértékét és az osztalékfizetési rátákat (mindent egy részvényre vetítve).

megnevezés	0	1	2	3	4
ST	1740	2000	2108	2183	2253
ROE	15%	15%	15%	15%	15%
EPS	260	300	316	328	338
DIV	0	192	241	258	304
PB	260	108	75	70	34
dp	0%	64%	76%	79%	90%

- b) A sajáttőke növekedési üteme évente: 14,9%, 5,4%, 3,6%, illetve 3,2%.

c) $P_0 = \frac{192}{1,2} + \frac{241}{1,2^2} + \frac{258}{1,2^3} + \frac{304}{0,2-0,015} \cdot \frac{1}{1,2^3} = 1428$ Ft, ahol az osztalék növekedési üteme a negyedik évtől kezdődően, miután beállt a 90%-os kifizetési ráta, $g = ROE \cdot (1 - dp) = 15\% \cdot (1 - 0,9) = 1,5\%$.

d) $PVGO = 1428 - \frac{300}{0,2} = -72$ Ft, tehát a részvény árának $-5,04\%$ -a. (Negatív, mivel a ROE kisebb az elvárt hozamnál.)

e) $P/E = 1428/300 = 4,76$

3. Ön részvénytulajdonos egy cégben, melyet 500 MFt-os értékben birtokolnak a részvényesek a tőzsdén. Mintegy 200 edb részvénnel kereskednek a piacon. A tőkepiaci kockázatmentes kamatláb 6%, a cég hitelei kockázatmentesek, örökjáradékszerűek, ahol mindig csak a kamatot fizetik. A vállalati hiteleinek névértéke és piaci értéke nem tér el egymástól. A vállalati adókulcs 40%-os. Élnek a Miller és Modigliani tételek feltevései. Éljen a Gordon-modellel, ahol szükséges.

- a) Határozza meg a hiányzó adatokat és töltsé ki a táblázatot a kiinduló esetre!
- b) Az ön cége most jelentette be, hogy év végén minden részvényét bevonja, és helyette minden korábbi tulajdonosnak 4 új részvényt ad. A hír hallatára, hatékony piacok mellett hogyan fognak változni cége fő mutatószámai?
- c) Egy órával később a cég azt is bejelenti, hogy egy-két napon belül 50 MFt rendkívüli osztalékot fizet, amit nem ismétel meg később, és a szokásos osztalékfizetési politikán nem változtat. A rendkívüli osztalékkal egyidőben 50 MFt hitelt vett fel a cég. Hogyan alakulnak a piaci és vállalati mutatók, ha a piacon nincsenek pénzügyi illúziók?

megnevezés	eredeti	részvény- felaprózás után	osztalék hitelből
piaci kapitalizáció (MFt)	500	...	...
jegyzett tőke (könyv szerinti érték, MFt)	...	...	...
részvény darabszám (edb)	200	800	...
részvény névérték (1 db, Ft)	1000	250	250
részvényárfolyam (1 db, Ft)	...	...	...
1 részvényre jutó osztalék (Ft)	...	...	...
osztalékhozam	...	...	...
osztalékfizetési ráta	50%	50%	50%
ROE (EBIT/részvények könyv szerinti értéke)	15%	15%	15%
EBIT növekedési ütem (g)	...	...	...
EPS (adózott eredményre, Ft)	...	...	...
P/E	...	...	...
részvények piaci értéke (MFt)	500	...	...
hitel névértéke (MFt)	...	...	...
vállalat piaci értéke (MFt)	...	...	...
piaci tőkeáttétel (D/V)	33,33%	33,33%	...
EBIT (év végi, MFt)	...	...	...

hitel kamata (MFt)	...	...	...
adózás előtti eredmény (MFt)	...	...	...
vállalati adó (40%, MFt)	...	...	...
adózott eredmény (MFt)	...	...	...
osztalék (év végi, MFt)	...	...	...
extra osztalék (most, egyszeri, MFt)	0	0	50

Megoldás

a) A kiegészített értékek kurziválva láthatóak a táblázatban.

megnevezés	eredeti	részvény- felaprózás után	osztalék hitelből
piaci kapitalizáció (MFt)	500	500	450
jegyzett tőke (könyv szerinti érték, MFt)	200	200	200
részvény darabszám (edb)	200	800	800
részvény névérték (1 db, Ft)	1000	250	250
részvényárfolyam (1 db, Ft)	2500	625	562,5
1 részvényre jutó osztalék (Ft)	22,5	5,625	4,5
osztalékhozam	0,9%	0,9%	0,8%
osztalékfizetési ráta	50%	50%	50%
ROE (EBIT/részvények könyv szerinti értéke)	15%	15%	15%
EBIT növekedési ütem (<i>g</i>)	3,6%	3,6%	3,3%
EPS (adózott eredményre, Ft)	45	11,25	9
P/E	55,56	55,56	62,5
részvények piaci értéke (MFt)	500	500	450
hitel névértéke (MFt)	250	250	300
vállalat piaci értéke (MFt)	750	750	750
piaci tőkeáttétel (D/V)	33,33%	33,33%	40%
EBIT (év végi, MFt)	30	30	30
hitel kamata (MFt)	15	15	18
adózás előtti eredmény (MFt)	15	15	12
vállalati adó (40%, MFt)	6	6	4,8
adózott eredmény (MFt)	9	9	7,2
osztalék (év végi, MFt)	4,5	4,5	3,6
extra osztalék (egyszeri, MFt)	0	0	50

Magyarázatok:

- A jegyzett tőke a részvények darabszámának és egy részvény névértékének szorzata.
- A részvényárfolyam a piaci kapitalizáció és a részvények számának hányadosa.
- Az EBIT a ROE és az év eleji saját tőke (jegyzett tőke) szorzata.
- A vállalat piaci értéke $V = E \cdot V/E$, ahol $E/V = 1 - D/V$.
- A hitel névértéke (piaci értéke) a vállalat piaci értékének és a részvények piaci értékének különbsége.
- A hitel kamata a hitel névértékének 6%-a (6% a hitel kamata).

- Az adózás előtti eredmény az EBIT mínusz hitel kamata.
 - A vállalati adó az adózás előtti eredmény 40%-a.
 - Az adózott eredmény az adózás előtti eredmény és az adó különbözete.
 - Az osztalék az adózott eredmény 50%-a ($dp = 50\%$ az osztalékfizetési ráta).
 - Az 1 részvényre jutó osztalék az osztalék és a részvény darabszám hányadosa.
 - Az osztalékhozam az osztalék és a részvényárfolyam hányadosa.
 - Az EPS az adózott eredmény és a részvény darabszám hányadosa.
 - A P/E ráta a részvényárfolyam és az EPS hányadosa.
 - Az EBIT növekedési ütem $g = (ROE - D/E \cdot r) \cdot (1 - \tau) \cdot (1 - dp)$, ahol τ a vállalati adókulcs, $D/E = D/V \cdot V/E$.
- b) A részvényfelaprózás a cég számára nem teremt értéket, tehát a fő kumulált mutatószámok változatlanok maradnak, de a részvényárfolyam a negyedére csökken. Így néhány képzett mutatószám (1 részvényre jutó osztalék, EPS) is a negyedére csökken. A pontos értékek az előző táblázatban láthatóak kurziválva. (A részvények piaci értéke a piaci kapitalizáció.)
- c) A változások a táblázatban láthatóak, a hozzájuk fűzött magyarázatok:
- Az 50 MFt értékű hitelfelvétel miatt a vállalat hitelállománya 50 MFt-tal nőtt.
 - A vállalat értéke viszont nem változott (mert a többletpénzt kifizették, nem maradt a vállalatban). Tehát a részvények piaci értéke (és a piaci kapitalizáció) 50 MFt-tal csökkent.
 - A piaci tőkeáttétel (a hitel piaci értékének és a vállalat értékének hányadosa) is módosult.
 - A jegyzett tőke és a részvény darabszám nem változott, de a részvény árfolyama csökkent.
 - Az EBIT sem módosult, mivel sem a jegyzett tőke, sem a ROE nem változott.
 - A hitelek után fizetett kamata nőtt, mert nőtt a hitelállomány.
 - Mindezek okán az adózott eredmény, illetve az osztalék is csökkent.
 - Módosult tehát az osztalékhozam, a P/E ráta, végül pedig az EBIT növekedési üteme is (a számítás pontos menete megegyezik a korábban leírtakkal).
4. A „Kék” Nyrt. az idén január 15-én 3:1 arányú részvényfelaprózást jelentett be (egy régiért három új részvény jár), és a (régi) részvényenkénti éves osztalékot 20-ról 30 Ft-ra növelte. Osztalékot minden részvényre fizetnek. A bejelentés előtt a részvény tőzsdei árfolyama 2300 Ft volt. Az adóktól tekintsünk el.
- a) Ha minden egyéb változatlan, hogyan változik várhatóan a részvény árfolyama?
- b) Mekkora lesz az éves osztalék összege?
- c) Elérhette volna-e célját a cég, ha osztalékrészvényt bocsát ki?
- d) Ha igen, mekkora osztalékrészvényt kellett volna kibocsátania?

Megoldás

- a) Az osztalékfizetés 50%-kal emelkedett (és mivel a részvényárfolyam az osztalékok jelenértéke), így a (régi) részvényárfolyam is 50%-kal nő, tehát $P'_{régi} = 1,5 \cdot 2300 = 3450$ Ft lesz. A felaprózás miatt azonban az árfolyam a harmadára csökken, így az új részvény árfolyama $P_{új} = \frac{3450}{3} = 1150$ Ft lesz.
- b) 10 Ft, mert egy régi részvényre járna 30 Ft, így egy új részvényre ennek a harmada.

- c) Igen, ugyanezt a hatást érhetette volna el, mert a piacon megjelenő részvények száma ugyanannyi lett volna (nincsenek illúziók).
- d) Minden részvénye mellé 2 db osztalékrészvényt kellett volna adnia.

XI. Rövid távú pénzügyi döntések

1. Az újonnan alakult kereskedelmi részvénytársaság januárban kezdi meg a tevékenységét. A szükséges infrastruktúra és minimális nyitókészlet megvásárlását követően 12 Mft maradt. A tervezett értékesítés éven belül erős szezonalitást mutat, ezért a pénzügyi vezető az értékesítési szakemberek bevonásával egy éves előrejelzést készít a finanszírozási igény felmérésére, negyedéves bontásban. A vevők átlagosan másfél hónap fizetési haladékokat kapnak, az előrejelzések szerint az értékesítés a következőképp alakul (Mft-ban):

megnevezés	1	2	3	4
értékesítés (számla)	150	100	400	130
beszerzés (számla)	50	225	185	92,5

Az értékesített áruk beszerzése a fenti számlaterv alapján zajlik. A vállalat átlagosan egy hónap határidőt kap a számlák kifizetésére. A bérköltségek és egyéb általános költségek negyedévenként várhatóan 15 Mft-ot tesznek ki, melyeket gyakorlatilag azonnal kifizet a vállalat. A vállalat biztonságos működéséhez szükség van arra, hogy a pénzeszközök minimális szintje a 10 Mft-ot mindig elérje. Ha a vállalatnak pénzfölöslege van, akkor évi 8%-os kamatláb mellett tudja kihelyezni, míg rövid lejáratú hitelhez 18%-os kamat mellett jut (éven belül lineáris kamatszámítás). Készítse el a vállalat éves finanszírozási tervét! (Az adóktól tekintsünk el.)

Megoldás

Mivel a vevők átlagosan 45 nap után fizetnek, így a negyedéves értékesítési bevétel kb. fele folyik be az adott negyedévben, másik fele a következőben. A vállalat átlagosan 30 nap után fizet a szállítóinak, tehát a negyedéves beszerzési költség kétharmadát kell az adott negyedévben kifizetnie a vállalatnak és harmadát a következő negyedévben. Ez alapján összeállítható az alábbi táblázat.

megnevezés	1	2	3	4
értékesítés (számla)	150	100	400	130
értékesítés (CF)	75	125	250	265
vevők	75	50	200	65
beszerzés (számla)	50	225	185	93
beszerzés (CF)	33,33	166,67	198,33	123,67
szállítók	16,67	75	61,67	31
bér- és admin. költség	15	15	15	15

A nyitó pénzállomány 12 Mft, az első negyedévben $75 - 33,33 - 15 = 26,67$ Mft CF áramlik be a céghez. A záró pénzállomány tehát 38,67 Mft, amiből 28,67 Mft kihelyezhető (bankba tehető), mert a működéshez minimálisan 10 Mft szükséges. Ennek kamatait a következő negyedévben kapja meg a vállalat. Ezt a logikát folytatva a fenti táblázat folytatásaként az alábbi táblázatot kapjuk.

megnevezés (folyt.)	1	2	3	4
kamatbevételek		0,573	0	0,16
kamatkiadások		0	1,23	0
nyitó pénzállomány	12	38,67	-17,43	18,01
összes CF	26,67	-56,1	35,44	126,83

záró pénzállomány	38,67	-17,43	18,01	144,84
min. szük. pénzkészlet	10	10	10	10
finanszírozási igény	-28,67	27,43	-8,01	-134,84

A vállalat éves finanszírozási terve az utolsó sorban látható. Negatív előjellel a finanszírozási többlet (kihelyezési képesség) szerepel.